

はじめての0について – 幼児と児童の0 –

宇野 民幸・神谷 典子*

Learning about Zero for the First Time -Zero to the Infant and Child-

Tamiyuki UNO and Noriko KAMIYA

1. はじめに

子どもが初めて学ぶ算数的（数学的）な事柄とは、どんなことが考えられるだろうか。一般にはよく、何かあるものの数を「1、2、3…」と数えること、という事柄が挙げられことが多いと言える。実際には、そのアプローチとしては、数えるためのそのものが、ある程度集まる状態になるよう、「なかまあつめ」をすることに始まり、すなわちいわば、集合の分類をした後、または分類をしながら、同質であることや異質であること（大きさの違い、形の違い、または色の違いなどで分けていること）を意識して、なかまに分けることから、それらの集合の要素同士を「一対一に対応させる」ことで、数を数えなくても、集合の要素の数の多い少ない、そしてまた、同じであることを比べることができる。これらのことは、「1、2、3…」といった、数詞（数の呼び方）を知らなくてもできることであり、また、上記の過程を経てからでも、数詞をもちいるのは遅くない。本来、この数詞は、対象とするものの個数と、それぞれの数詞を「一対一に対応させている」といえ、一対一対応ができるという所作の方が、数というものの本質をまず表現している。

しかし、日常や生活においては、どんぐりを集めたり、折り紙を数えたり、あるいはお友達を数えたりして、同質の集合がすでにある状態において、数を数えることに親しんでいく場合が多いであろう。そして、数詞を教えられながら、「1、2、3…」とある程度数えられるようになった頃には、同様に、なにもない「0」という表現にも触れることになるであろう。ここで、「0個」や「0枚」や、「0人」などの表現は、自然に使われることはあまりなく、また、あえて使われることも少ないといえるが、むしろ「0」という言葉については、就学前において知っていることが多いといえる。

現代の我々がもちいている数の表記法である算用数字には、位取りの考え方があり、その表現を利用する際には、この「0」の意味を理解することが要になるが、「0」は、「1、2、3…」という自然数にいわば先立つ数といえども、数として「0」をまず先に学んでから、次に続けて「1、2、3…」を学ぶという過程は、日本においても通常とられない。このことは、「0」という数字が数として認知されて、「使えること」、「使うべきであること」が理解されるのに、おそらく千年以上と思われる長い年月を経ていることとも関係しているといえる。今はもう数として十分認められているわけであるし、現に使っていく数であるからといって、順番に「0、

* 非常勤講師

1、2、3…」と学ぶような過程とはなっていない。

このことは、やはり、あるものが「何も無い」状態や場面を、その数として「0」と表現することは、いわば自然な「1、2、3…」という数自体を知らずしては、分かり難いことであるともいえる。また逆にいえば、「0」という数をうまく使えるならば、また数の一つとして捉えられるのであれば、「1、2、3…」ということで、数を数えている意味が、理解されている、または理解が確かである、といえる節目の存在に「0」はあるといえる。

本稿では、この「0」という数の、表現のされ方、そして「0のたしざん・ひきざん」および「0のかけざん」というものについて考えていき、数の意味や、足し算・引き算、そして掛け算の持つ意味を確かにするということについての考察と一つの見解を述べる。

2. 「0」の表現について

数としての「0」の持つ意味として、算数科の教育においては、『無の0』、『基準の0』、『空位の0』という大別がなされる¹⁾が、例えば「1個、2個、3個…」という個数など、ある集合の要素の量を表す場合は一般に「集合数」といわれ、その要素がない場合の「0個」は、『無の0』といわれる。一方で、「1番目、2番目、3番目…」といった、ある系列の順番（並んだ列の前からの順番、大きさの順番、名前のあいうえお順の番号など）を表す数があり、これは「順序数」といわれる。この場合には、なお、「0番目」という意味は分かりにくいだが、この数の順番として列に並べた場合に、基準となる位置に相当する数が、『基準の0』となる。例えば、「時刻」と「時間」は、子どもが当初は混同しやすい表現であるが、「時刻」の方が順序数に対応しており、午後の「1時」「2時」「3時」…に対して、「0時」（午前12時）という基準が考えられる。そして、『空位の0』とは、数を位取りの原理をもちいて記して表現する際に、ある位に相当する数（数のまとまり・数量）がない場合に、「0」という表記がもちいられる場合の、その「0」のことである。位取りの原理による記数法を利用するためには、この「0」は必要なものとなる。

これらの「0」のなかで、子どもがまず出会う「0」は、最初の『無の0』であるといえるが、何もないのだから出会うことはないともいえる。だから、数として意識しなければ、そして、古代の象形文字の数字を我々がまだもちいていたとしたら、「0」には本当に出会わないままかも知れない。すなわち、何も無いから「0個」ということは、本来意味が伝わりにくい物事であるといえる。算数科の教科書においては、その過程まで「1個、2個、3個…」と示されていた事物が、例えば「どんぐり」であった場合は、その「どんぐり」のある環境（今の場合、容器）、すなわち「お皿」とするなら、「お皿」にいくつかどんぐりが入っている状態を示しておき、そしてその「お皿」にどんぐりが一つもない（なくなった）状態を示すことで、「0個」という表現をしている。成程その様なものであろうが、この場面で、「これは何個？」と「お皿」のみ示した場合には、お皿が「1つ」と捉えられてもしかたがない。「では、どんぐりは何個？」と問い直すことになるが、「どんぐり」はすでにないのだから、「なぜにどんぐり？」と聞き返されてもしょうがない。すなわち、『これまで、どんぐりをこのお皿に入れていた』という事実、あるいは、『このお皿には、どんぐりを入れる』という事実の理解があった上で、何も入っていない「お皿」に対して「0個」という表現に至る。すなわち、「3個→2個→1個→0個」というアプローチや、「3個入った皿・5個入った皿」を同時に示すなどの、「0個」以外の表現が必ず必要となることがわかる。そのため、多くの教科書では、「0というかず」について、1ページ分を使って表現している。

しかし日常では、「どんぐりは何個？」と聞かれた場合にも、「1個もない」・「なし」という表現が自然であろう。そこで、どんぐりが「いつもあった場所」、本来「あってもいい状態」にないことで初めて、その状態を「0」個と表現していくという意識に繋がっていく。すなわち、「0個」と示すことには、その必然性が伴っている。そうでなければ、特別な季節と恵まれた事情がない限り、「あらゆるところに、どんぐりは0個ある」ということになる。また、手のひらにどんぐりを「3個」、「2個」、「1個」と示し、手のひらだけがある場合には、どんぐりが「0個」と表現できるが、このように、「どんぐり0個」は、「お皿」であったり、「手のひら」であったり、また場合によっては、「テーブル」であったりもする。すなわち、そこではどんぐりが、どのような環境・状況のもとで、集められており、そして、個数を意識していたか（数を数えていたか）、ということが大切になる。この考え方は、その後、数を位取りにより表現していくことを学ぶ際の、「空位」に対する意識と、その表記そして計算のあり方に繋がっていくことである。

ここで、この「0個」という概念について、就学前の子どもに手遊びとして楽しく表現している実践例を紹介する。それは次のイギリス民謡からの手遊び唄によるものであり、現在も幼児教育の現場で一般におこなわれているものである。

『パン屋に5つのメロンパン』

イギリス民謡 訳詞：中川ひろたか
(①～⑦の印は筆者)

- | | |
|---|---|
| <p>(1) ①パン屋に5つのメロンパン
②ふんわりまるくて ③おいしそう
④子どもが一人やってきて、
⑤「おばさん、メロンパンちょうだい」
⑥「はい、どうぞ」
⑦メロンパンひとつ買ってった</p> | <p>(4) ①パン屋に2つのメロンパン
②ふんわりまるくて ③おいしそう
④子どもが一人やってきて、
⑤「おばさん、メロンパンちょうだい」
⑥「はい、どうぞ」
⑦メロンパンひとつ買ってった</p> |
| <p>(2) ①パン屋に4つのメロンパン
②ふんわりまるくて ③おいしそう
④子どもが一人やってきて、
⑤「おばさん、メロンパンちょうだい」
⑥「はい、どうぞ」
⑦メロンパンひとつ買ってった</p> | <p>(5) ①パン屋に1つのメロンパン
②ふんわりまるくて ③おいしそう
④子どもが一人やってきて、
⑤「おばさん、メロンパンちょうだい」
⑥「はい、どうぞ」
⑦メロンパンひとつ買ってった</p> |
| <p>(3) ①パン屋に3つのメロンパン
②ふんわりまるくて ③おいしそう
④子どもが一人やってきて、
⑤「おばさん、メロンパンちょうだい」
⑥「はい、どうぞ」
⑦メロンパンひとつ買ってった</p> | <p>(6) ①パン屋に0このメロンパン
②③ (ハミング：歌詞休み)
④子どもが一人やってきて、
⑤「おばさん、メロンパンちょうだい」
⑥「もうないの」
⑦メロンパン買えずに帰っていった</p> |

この「パン屋に5つのメロンパン」²⁾は、当初日本語の訳としては5番までしか紹介されていなく、すなわちここで取り上げている「0個」の表現はされていなかった。その点も興味深い経緯であるといえる。次に、現場で知られているこの歌の振り付け例を紹介する(絵は筆者: 神谷による)。

<手遊び パン屋に5つのメロンパン>

1 振付および歌詞

<p>(1番) ① ♪パン屋に5つのメロンパン</p>  <p>左手の5本の指を広げる。(※)</p>	<p>② ♪ふんわりまるくて</p>  <p>両手でパンのような輪をつくる。</p>	<p>③ ♪おいしそう</p>  <p>両手でほっぺをおさえる。</p>
<p>④ ♪子どもが一人やってきて</p>  <p>右手のひとさしゆびをたて、左手は5本の指を開く。</p>	<p>⑤ ♪おばさん、メロンパンちょうだい</p>  <p>右手を左手に近づける。</p>	<p>⑥ ♪はい、どうぞ</p>  <p>右手のひとさしゆびで、左手のおやゆびをおる。</p>
<p>⑦ ♪メロンパンひとつ買って</p>  <p>右手のひとさしゆびをゆらしながらはなす。</p>	<p>(※) 2~5ばんの①</p>  <p>1本ずつゆび(パン)をへらしていき、① ~ ⑦をくりかえす。</p>	
<p>(6番) ① ♪パン屋に0このメロンパン</p>  <p>左手をぐーにする。</p>	<p>② ♪ハミング(ふんわりまるくて)</p>  <p>両手でパンのような輪をつくる。</p>	<p>③ ♪ハミング(おいしそう)</p>  <p>両手でほっぺをおさえる。</p>
<p>④ ♪子どもが一人やってきて</p>  <p>右手のひとさしゆびをたて、左手はぐーにする。</p>	<p>⑤ ♪おばさん、メロンパンちょうだい</p>  <p>右手を左手に近づける。</p>	<p>⑥ ♪もうないの</p>  <p>右手を左右に振る。(悲しそうに)</p>
<p>⑦ ♪メロンパン買わずに帰っていった</p>  <p>右手のひとさしゆびをゆらしながらはなす。</p>	<p>メロンパンのお買い物のうたです。5本の指をメロンパンに、ひとさしゆびを子どもに見立てて遊びます。「おいしそう」のところを表情をつけてうたったり、せりふのところは感情をこめて話したりします。</p> 	

現場により、いくらかの違いはあると考えられるが、特に6番の歌詞に対応して、お話のいわば最後の締め役割として、このようにパンが「0個」の表現が創作されている。

次に、この「パン屋に5つのメロンパン」の唄と振り付けの振り返りの展開案を提示する。

対象：5歳児 場所：A幼稚園

めあて：「パン屋に5つのメロンパン」を楽しんだ後、感想を発表し合う（遊びの振り返り）。

活動の様子と幼児の姿	☆教師の読み取り ・援助
<p>教師「みんなで「5つのメロンパンの手遊びをしたね。どうだったかな？」</p> <p>A 「楽しかった！」</p> <p>B 「おもしろかった！」</p> <p>C 「指出すのが難しかった」</p> <p>D 「メロンパンを買うのがおもしろかったよ。でも無くなって買えないもいたんだよ！」</p> <p>E 「そうだよ。みんながメロンパンを買ったから、0個になったんだ」</p>	<p>・子どもたちが手遊びをする中でどんなことを感じたり思ったりしたかを話す機会を作る。また、数に関心をもてるようにする。</p> <p>☆楽しかった手遊びを思い出しているな。</p> <p>☆自分が思ったことを友達や教師に一生懸命に伝えようとしているな。</p> <p>☆メロンパンが0個になったことを気付いているな。</p>
<p>教師「そうだね。友達と一緒に遊べて楽しかったね。Bちゃんは指を出すのが難しかったんだね。DちゃんやEちゃんはメロンパンが売り切れて無くなったことに気付いたんだよね。すごいね」</p> <p>E 「うん。無くなったんだよ」</p>	<p>・子どもたちの言葉を拾いながら、楽しかった、かわいそうだったという子どもの思いを受け止め共感しながら話を進めていくようにする。</p> <p>☆メロンパンが無くなったことと0個になったことをわかっているかな。</p>
<p>教師「5人の子どもがメロンパンを1つずつ買っていったから、5つあったメロンパンは売り切れちゃったんだね。6人目の子どもが買いに行ったら、メロンパンが売り切れて無くなっていたので、0個になったんだよ。だから買えなかったんだよ」</p> <p>E 「先生！無いってことは0っていうこと？」</p>	<p>・教師の話聞きながら、メロンパンが無くなることと0個になることが同じことに気付けるようにする。</p> <p>☆無い=0個がわかるかな。</p> <p>☆教師の話で、無い=0個がわかったかな。</p>
<p>教師「そうだよ。無いということと0は一緒だよ」</p> <p>E 「わかった」</p> <p>F 「先生、楽しかったよ。またやろうよ。帰るときにやろうね」</p>	<p>☆無い=0個がわかったようだな。</p> <p>☆何を買いに行こうか友達同士で話し合っているな。帰りに手遊びをやることを楽しみにしているな。</p>
<p>教師「そうだね。帰るときは、メロンパンじゃなくて何か違う物を買に行こうかな。みんなも考えておいてね」</p>	

この実践と展開、5本の指を使った手遊び「パン屋に5つのメロンパン」は、算数的な事柄をもった遊びであるといえる。パン屋さんで5つのメロンパンを売っている。そこに、子どもが一人ずつメロンパンを買いに来たので、5人目の子どもが買いに来たら売り切れてしまう。6人目の子どもが買いに来たら、パン屋のおばさんに「もうないの」と言われ、買えずに帰ったという手遊びである。6番目の歌い出しは、『パン屋に0個のメロンパン』とある。全部買ってしまったので、売り切れで店を閉めるのではなく、店は開いているが子どもが買いに来たら「もうないの」と言って0個を知らせている。この手遊びを楽しみながら子どもたちは自然に、0個という概念に気付くのである。幼児期の遊びの中では、第1節「はじめに」に述べてある1、2、3…といった数の数え方をすることが多い。0からではなく1から始まるのである。しかし、この遊びでは、5、4、3、2、1、0と数を逆に数え、最後が0となるのである。自分の5本の指を使って遊んでいるので、目で見ても「無い」＝「0」が結びつくのである。このように幼児は、一日の生活の中で算数的な事柄をもった遊びを数多く楽しんでいる。幼児期の学びは、小学校の授業のように学習を目的とした授業ではなく、実践事例にあるように遊びを通して学んでいくものである。また、このことが小学校への学習につながっていくといえる。

3. はじめての空位の0について

前節では、「0」という数を、その状況や環境により表現するということを、就学前における手遊びにおいて楽しみながら表現するという実践例を紹介して示した。また、先に触れたように、小学校の数の学習段階においても、算数の教科書では、(あえてでなければ)前置きなしにいきなり「0」が出てくるわけではなく、「1、2、3…」と学んだ後に、「0」という数とその意味が出てくるのが通常である。ここでは、ボール2個や5個が、かごに入っている状態と共に、その「かご」だけの場合には、「0個」であることを示す、などの表現がある。そして、日本の教科書においては、「1、2、3、…、9、10」まで出てきて、その後、初めて「0(れい)」という数が出てきている場合がほとんどである。数として、「10」という一区切り(一まとまり)までを、一気に数としても学ぶ良さがある一方で、確かに、この時点では、1の位に数がない状態として「0」が表記されている意味は理解されようがない。すなわち、『空位の0』の意味の説明はできない。とりあえず、「10」という、10個に対応した特有の表記として考えることになる。すなわち、「1」と「0」とで位に対応して構成されている数字とは、少なくともこの時点では捉えられない。ちなみに、他国においては、例えばスペインの教科書においては、「1、2、3、…、9」と9までが出てきて、次には「0」が紹介され、その意味を知り、そして「10」が登場するという過程の教科書が見られる。ここでは、一の位に相当する数が「ない」状況であることも、教具においても示されている。はじめての空位に対する「つまずき」として、子どもが「じゅういち」を「101」、すなわち「10」と「1」をそのまま書いてしまうことがあった場合、「はたしてどうしたものか」という感を持つ保護者も多いかと思われるが、「そのうち直るだろう」と流してしまうか、「いったいどう伝えたらよいのか」と悩む場合も少なくないであろう。これは、「じゅう」の表記を理屈なく、児童がそのまま覚えた場合に起こる事例といえることで、確かに子どもは言われたまま、数詞を聞いたまま、率直に「じゅう」「いち」を表記している。このような現象と保護者の嘆きに近い声は、次学年の小学2年生以降においても、その事例が挙げられている。

4. 0の足し算について

ここまで考えてきた「0」に対する意味合いは、これまで自ら特にあまり「0」という表記について意識することがなかった場合には、そこまでの配慮が必要なのか、とも感じるのだと思うが、現に、例えば、「きゅうひゃくきゅうじゅうきゅう」と聞いてその数を、「900909」と書いてしまうという児童の事例は、少なからず見られている。また、成人を含めて、うまく「999」と、むしろ当たり前のように書けている場合においても、上記の間違いを、「どのように直したらよいのか」という手立てについては、悩んでしまう事も多い状況と考えられる。教職を目指す本学の学生についても、小学校における教育実習やボランティア活動を通して、現場において、このような事例があることに出くわしながら、その手立てとしては、「繰り返すようにして、また覚えてもらう」という関わり方をしている場合が多いといえる。このような場合には「10」でまとめた数は結束させて、新しく一束や、一本などと表現して、十の位の場所に、その「1束」・「1本」を示して、『無の0』のアプローチを振り返りながら、数があるはずの（これまであった）一の位の場所には、数がないことを示すために、『空位の0』を記してその空き状態を示すという考え方を、教える本人がまず十分に意識してその考えを練ってから、手立てや教具に活かしていく必要がある。また、ここでは、いったん「10」は通り過ぎて、「 $13 \rightarrow 12 \rightarrow 11 \rightarrow 10$ 」として、教具や半具体物の表現をすると、この意味の理解に効果があることも分かる。日本の教科書においては、「0というかず」が登場する前に、「10」という数が登場してしまうので、『無の0』を知ってから、あらためてまた、事例や具体物などと共に、「 $13 \rightarrow 12 \rightarrow 11 \rightarrow 10$ 」と、「10」の表記の意味を理解することは大切といえる。

このような事例については、算数の教育に携わることを志す場合は特に、あらためてその意味について再考して臨む必要があるといえる。また、そこにおける児童への手立てについての考えは、それ以降の学びに対しても、重要な意味を持つてくる。例えば、小数を学んでいく際において、「5.0」という数は「小数なのか整数なのか?」、という事に児童が悩んだ場合においてなど、教える側の算数的・数学的な理解の拡張が求められる場面であるといえよう³⁾。

このように、「0」にまつわって、算数における学びについて認識を新たにするという事は、足し算においても挙げられる。足し算において、「0のある足し算」とは、例えば「 $5+0$ 」や「 $0+7$ 」など、「何も足さない」として、答えはそのままでから、いわば「楽な問題」として捉えられている場合が多い。この「0」の足し算も、やはり通常「 $5+2$ 」や「 $1+7$ 」に先立って学ぶのではなく、むしろ、その学習の後で出てくる。この場面は、「0」という数も、計算ができる数であること、そして確かに「たしてもそのまま」という特性を持つ存在であることは、数としての「0」の大切な位置付けではあるが、このことはむしろ、その後に学問としてより数学に関わっていく場合に意識できることであるといえる。それは、数の足し算などの演算ができる状態を考えたり（「群」）、そのために、演算において変化を与えない存在としての数（「単位元」）を意識したりすることになるからである。むしろ、これは再考にもなる。しかし、多くの場合には、「0のたしざん」とは、今振り返って当時の記憶があっても、それはやはり単に、「楽なラッキー問題」として捉えられていることが多い。むしろ、なぜに「いちいちやるのか」あるいは、「0も一応はやる」というくらいのイメージが抜けないであろう。このような思いのままであると、実際に教育現場で取り扱う場合においても、その軽視は確実に授業にも表れて、また同様に児童は感じていくのであろう。

この「0」の足し算は、その後の「 $104+30$ 」あるいは、「 $1.04+0.3$ 」など、必須

となる空位のある数の足し算として、計算においても系統性に繋がる初めての「0のある足し算」である。しかし、「何も足さない」という表現だけの計算としては、確かに味気なく、計算をする身としては、「あれば別にラッキー」というくらいに感じておかしくない。

ここでは、この0の足し算、「 $5+0$ 」や「 $0+7$ 」を折にして、足し算の意味を理解しているか、ということを確認することができる。それは、「 $5+0$ 」と「 $0+5$ 」では、何が違うのか、と問うこととしても考えられる。ここで、「何もたさない」という理解で済ませていた場合には、ともに「5」と、それ以上の回答や展開が出てこないことになろう。これは、戻って考えて、「 $5+2$ 」と「 $2+5$ 」では何が違うのか、という問いかけに対しても、ともに「7」、という回答以上に意識が膨らまなくなっていることにも表れる。本学に限らず、初等教育の教職を目指している学生において、この現状が多いといえるのは、算数は「計算を目的としている」、すなわち、ここで「7」という答えを出す以上には、身にしみていないという現状があるといえる。足し算には、「合併」と「添加・増加」という現象を表現しているという意味があり、初等教育においても「あわせていくつ」、「ふえるといくつ」というように、必ず両方の構成がある。この後者において、「 $5+2$ 」は、「かえるが5匹いるところ(葉っぱ)に、2匹が加わった(乗った)、あるいは別の葉っぱに乗って2匹がやってきた」、という状況があり、また「 $2+5$ 」には、「2匹いるところに5匹がやってきた」、という意味がある。これは、どちらにしろ7匹ということも大切とはなるが、前者の場合の「合併」すなわち、「5匹と2匹が合わさって」という状況とは別の意味を持つ足し算として必ず扱われる内容となっている。この、「もともとある数量に、いくらかの数量を追加した(あるいは数量が増加した)結果として、全体の数量を求める」という、「添加・増加」の考え方は、左側の数(もともとある数)と右側の数(加えた数・増えた数)の違いを意識して表現されている。そして、現に教育現場では、もともとある数を「たされる数」、加える数・増える数を「たす数」として表現している。この、「たされる数」は被加数といわれ、「たす数」は加数と呼ばれて区別されている。足し算を「たされる数」+「たす数」として表現することは、自然な順ともいえ、学生も良く思い出すことができる表現である。この、「添加・増加」の意味において、先ほどの、「 $5+0$ 」と「 $0+5$ 」について考えてみると、その状況の違いが、より際立って表現される。例えば「 $5+0$ 」は、「社員が5人いて、今年度の新入社員はなかった」という状況、「 $0+5$ 」は、「先ほど公園には誰もいなかったが、今は5人が遊んでいる。」という状況を表している。すなわち、ここでは、「0人の新入社員が入社した」、「先ほど0人が公園にいた」という「0」の表現よりは、会社の社員や、公園にいる人について、今注目している状況は理解できるので、新年度であったり、一定の時間の経過があったりした上での、「あってもよい(ある可能性のある)状況で何もない(誰もいない)」ということにおいて、初めて「 $+0$ 」や「 $0+$ 」が表現されることになる。そして、この「 $+0$ 」と「 $0+$ 」の違いは、ともに新入社員の話にして考えてみると、同じ「5人」どころか、いわば「会社の人員がキープされた」状況と、「会社が立ち上がった」程の状況の違いを表現していることになる。この「0」の足し算においては、このように足し算の意味、特に増加と添加の状況設定について、再確認して意識することのできる節目になるといえる。また、より子どもに親しみのある話題設定から、「0をたす場合」と「0にたす場合」、それぞれの文章題を、子ども自ら考えると面白い問題が出てくる事も期待できる。

そして計算において、「 $5+7$ 」と「 $7+5$ 」の答えについては、同じ「12」となることをおさえる目的に限らず、これらの方法を両方ともに考えることから、「 $5+7$ 」の計算の過程について考えた場合に、まず「 $5+(5+2)$ 」として、「 $(5+5)+2$ 」→「 $10+2$ 」とす

る加数分解と呼ばれる過程と、同じ「 $5+7$ 」の計算において、「 $(2+3)+7$ 」として、「 $2+(3+7)$ 」→「 $2+10$ 」とする被加数分解と呼ばれる過程の両方を考察することに繋がる。

5. 0の引き算について

では、引き算については、「0」が関係する場面を、これまでの学習の意味の節目として捉えられるであろうか。引き算については、「 $5-0$ 」に対して、「 $0-5$ 」は、答えが負（マイナス）の数となるため、初等教育の範囲では、通常扱われない。「負（マイナス）」という概念自体は、第2節において述べた「基準の0」から、拡張して考えていける数の表現といえるが、この場合以外においても、やはり「0」というのは引き算のうえでも意味を持つといえる。すなわち、「 $5-0$ 」についても、やはり「何も引かないラッキー問題」という以上の意識と心構えを、児童にも学生にも培ってもらいたいところである。

引き算という計算は、算数教育において、その意味を大別すると3通りある。「 $5-2$ 」の例で考えると、一般的に考えられやすい、「5個のりんごから、2個食べた残り」を求める場合についての引き算は、「求残」と呼ばれている。これは、先程の足し算における意味の「添加・増加」の逆の意味操作にあたりといえる。「合併」の逆の意味操作としては、「5個のりんごの2個が腐っている。食べられるりんごはいくつあるか。」という引き算があり、「求部分(求補)」と呼ばれる。すなわち、実際に取り去ったり、減ったりはしていないが、対象について、ある観点で部分的に違いが表現されているとき、残りの部分の数量を求めるという場合である。そして、「5個のりんごと、2つの皿があるとき、一皿に一個のりんごを乗せると、乗らないりんごはいくつか。」といった、りんごと皿の個数の違いを求める「求差」といわれる引き算がある。これは、前の2つとは、また意味合いが異なる引き算である。それは、「りんごから皿を引く」という状況は、原理的には考えられないといえる事からも分かる。これらは、単にいずれも「 $5-2$ 」の計算として目的を捉えてしまうのではなく、この求差の例では、りんごと皿の一对一対応により、皿がないりんごを考えることができ、次の「求部分(求補)」では、その皿にのせたりんごが腐ってしまった場合、それを取り去ることにより「求残」の考え方に繋がるといえる。このように、順に関連している状況であり、まさにそのように状況を繋げて考えることで、むしろ同じ引き算となることを捉えていくことが、大切といえるのである。あるいは、微妙となるこの違いについても、「 $5-0$ 」の状況を考える事により、それを際立たせることができる。求残においては、「5個のりんごを、1個も食べていない状況」を示しており、求部分(求補)においては、「5個のりんごは、ひとつも腐っては無く、すべて食べられる状況」であり、そして求差においては、「お皿に乗せる手はずなのに、一つも乗っていない状況」といえる。すなわち、「減ってもいいのに、ひとつも減っていない」、「腐ることもあるが、ひとつも腐っていない」、「お皿に乗せる手はずだが、どれにも乗っていない」というように、着眼点は異なっていることが分かる。上記の「 $5-2$ 」の意味の違いを、答えはすべて「3」だから、と片付けてしまうと、それこそ意味がないことになってしまう。しかし、今となって、どれも「引き算」に決まっていると当たり前にしてしまっていると、そのような、計算結果ありきで済ましてしまい、ややもすれば、引き算ではこのような、3通りの引き算が果たして必要なのか、ということにもなりかねないといえる。ゆえに、「 $5-0$ 」では、当たり前「5」としてしまおうのではなく、さらにこれらの状況について文章の作問をしてみると、その違いを意識して、理解できているかという事がよく分かる。

また引き算において、「0」が関係する場合としては、「 $5-5=0$ 」という答えが「0」と

なる場合もある。この状況を、これらの意味の違いを通して表してみると、求残では「5個のりんごを、5個とも食べてしまった状況」、求部分（求補）においては、「5個のりんごは、5個とも腐っていて、どれも食べられない状況」というように、先ほどの「 $5-0$ 」とは、逆の対になる状況がイメージされる。それは足し算における「 $5+0$ 」と「 $0+5$ 」が逆の対のイメージになることに相当するといえる。また、特に求差において考えると、「5個のりんごが、ちょうど5個のお皿に乗っており、りんごと皿の数には違いがない」ことを表現している。この「差がない」という考え方から、「差が1ある場合」という状況は、「りんごが多い」場合と、「りんごが少ない」場合とがあることから、この違いをさらに数として表すことを考えていくことは、マイナスの数の考え方について、集合数からアプローチする場面となる。

6. 0の掛け算について -0 を掛けること

次に0の掛け算として、0にある数を掛ける場合の「 $0 \times n$ 」や、ある数に0を掛ける「 $n \times 0$ 」を、子どもに対して、意味の理解とともに説明する方法としては、どのようなものがあるだろうか。算数の教科書においては、多くの場合「的あてゲーム」が登場しており、ゲームの結果の点数として、この「0のかけ算」が示されている。例えば、狙いが的から3回外れた場合、すなわち、3回分の外的の0点の領域に入った場合、「 0×3 」(点)となり(0にかけるかけ算)、また、3点の的の領域に一度も入らなかった場合には、すなわち3点は0回分となり、「 3×0 」(点)(0をかけるかけ算)として表現されることが示されている。また、現行の学習指導要領の算数科の解説⁴⁾においても、この「0のかけ算」について、3学年における取扱いとして、その場面設定が例示されている。こうして、2学年から始まる掛け算における「1当たりの数(的のある領域の点数)」に、「いくつ分(入った回数)」という意味の関係が分かりやすく、端的に表現されている。また、様々な得点になる場合についても、応用して表現することのできる具体例となっている。そのため、検定教科書のほとんどが、この単元「0のかけ算」($0 \times n$ と $n \times 0$)では、「点とりゲーム」として、おはじきなどを、点のついた的に入れる事例をもちいている。

この事例が分かり易いことに引き替え、他に「 $n \times 0$ 」の事例を考えるといても、特に実際の日常的な例は挙げにくいともいえる。

そこで、ここでは、「 $n \times 0$ 」を具体的な場面で、どのように考えていく方法があるのか、また、児童が自分からも、他にこの「 $n \times 0$ 」を考えて、表現できる方法について考える。

第2節において述べたように、そもそも「0」という数を考える際には、その「無」という状態を表すために、「あるはずの場所がない」、あるいは「あってもよいところがない」、という状況の表現が、むしろ必要であった。他国の算数の教科書においても、「空のお皿や」、「何も入っていない状態の箱やかご」などをもちいて、「0」が表現されている。また、その空の物だけを示すのではなく、その物に何か対象物が入っている状態と合わせて、順次的に「3個→2個→1個→0個」としたり、もしくは、共時的に「2個ある状態、5個ある状態、そして0個の状態」を示したりすることで、数量の「0」が表現されている。この「0へのアプローチ」を拡張して、さくらんぼの木にさくらんぼが、3房(実は 2×3 個)、2房(2×2 個)、1房(2×1 個)、そしてさくらんぼの木だけがある状態において、実の個数は 2×0 個、すなわち0個であると表現することができる(図1)。

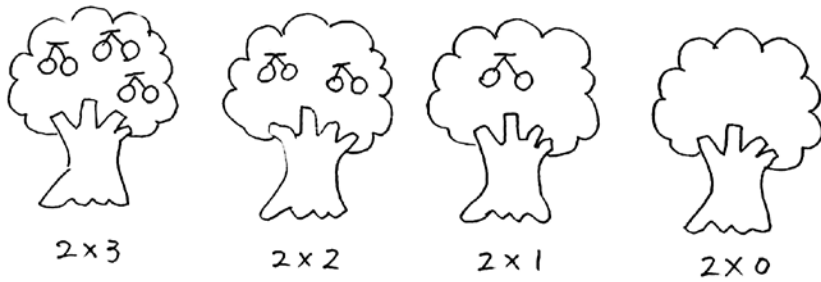


図1

無の状態の「0」を表現する場合には、「お皿がある」、「箱がある」ように、「 $n \times 0$ 」においても、「さくらんぼの木がある」、という状態・状況を示していることの意義は、結果として実は「0」個であるが、先の0へのアプローチを、かけ算の意味から拡張していることである。2個ずつの実を皿に入れる場合には、皿だけが残った状態を示すのでは、2個ずつ入っていたかどうか定かにはならない。現に、何も入っていない皿がある状態である。例えば、そのお皿が置かれていたテーブルだけを残せば、0へのアプローチの意味の拡張となるが、「そのテーブルには、実が2個ずつ入った皿がいつも乗せられている。」という慣習や、前提があった上で初めて、テーブルのみの状態をもって「 2×0 」を示していることになる。これは、慣習や前提としてあることの状況の示し難さがあるが、下図のように、0へのアプローチの順次的な方法を拡張することで、それも表現される(図2)。

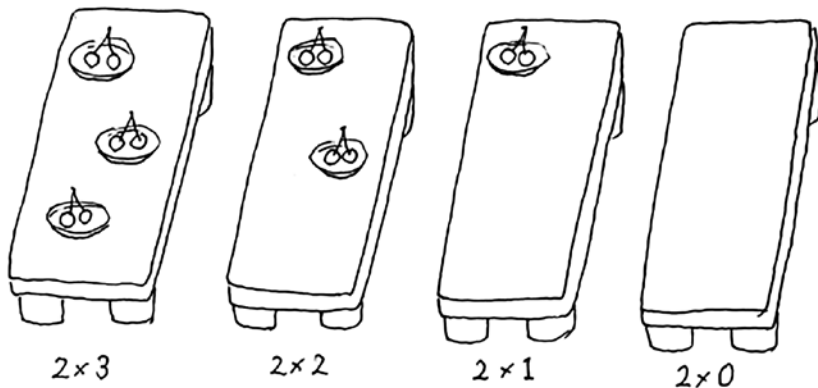


図2

さくらんぼの木に戻ると、さくらんぼの実がなっている状態を示して、掛け算の意味と役割(全部の実の数を知りたいこと)を確認して、それから、さくらんぼの木だけを示し、あるいは、3房→2房→1房→0房と取っていき、「 2×0 」を表現するということは、「さくらんぼの一房には実が2個」という特性と、「通常は房単位で実がなる」という事実と、そして、それらの実は恵まれたある季節になり、「さくらんぼの木」だけにもなる、という自然の特徴を、掛け算のなかで反映している。

このように自然物をもちいた「 $n \times 0$ 」の表現は、時には、参考書や本などにも見られ、「ウサギがいなかったら耳は何本？」や、「カブトムシがいけない場合、足は何本？」などとして、「 2×0 」や、「 6×0 」が表現されている。この場合に、ウサギやカブトムシが、点線で示され

る場合もあるが、「いない」という状況そのものを、また自然の状況・環境として示すことや、また話のなかで取り上げている実践例は、あまり見られていない現状である。人工物ではあるが、「自動車の走っていない道路」の絵を示して、「じょうよう車の車りんの数」として、「 4×0 」を表現している事例が参考書にはある⁵⁾。ここでは、2台が道路を走っている場合(タイヤの数は 4×2)、次に1台が走っている場合(4×1)、そして1台も走っていない道路の風景(4×0)として、順次的に示されている。

このたび、2020年には日本において夏季五輪・パラリンピックが開催されることになった。一輪を「0」と捉えると五輪は「 0×5 」となるが、この日本の開催にちなみ、ある工場では5色のだるまのセットを職人が作ってみたそうである(1色1体の5体セット)。これが話題となっているようなのだが、5個1セットで箱詰めされた製品が、売れ行き好調で売り場に一箱もない状態になると、まさに「 5×0 」である。このように、ある特別な事情から、そのパックされる個数が決まることも日常にはある。

引用文献

- 1) 黒木哲徳：入門算数学 第2版、日本評論社(2009年)
- 2) 永岡修一：手遊びうたブック 永岡書店(2011年)
- 3) 宇野民幸：持続可能な算数と数学について、教養と教育 第11号 p23-p30(2011年)
- 4) 文部科学省：小学校学習指導要領解説 算数編(2008年)
- 5) 岡田進：らくらく算数ブック2、太郎次郎社(1997年)

参考文献

- 1) 文部科学省：幼稚園教育要領解説(2008年)
- 2) 遠山啓、銀林浩(編)：算数わかる教え方2年 新版、国土社(1980年)

Summary

The present study was undertaken to investigate the way infants and children learned about zero. First we introduced a song by which children could represent zero with their hands. After examining the situations where the arithmetical zero (0) was used, we discussed addition involving zero: calculations in which zero was added to a quantity and a quantity was added to zero. Next we discussed subtraction involving zero: calculations in which zero was subtracted from a quantity. These operations involving zero highlighted the significance of calculations as a whole. We also dealt with cases where a quantity was multiplied by zero.