昭和28－40年の生活単元学習から系統学習への移行期における中学校数学科教科書の幾何教材の系統性の評価

―命題間ネットワークの視覚化と系統度指標による―

山本　忠

Evaluation of the System of Logic in Learning Geometry as described in the Textbooks of Junior High School during 1953-1965 ; the Transition Term from Learning by Daily Life Experiences to Systematic Way of Learning

―Visualization and Indicators for the Degree of Complexity of the Proposition Networks―

Atsushi YAMAMOTO

抄　録

昭和30年代の生活単元学習から系統学習への移行期における中学校数学科教科書の幾何教材が系統性を確保して行く過程を調査した。幾何教材の各命題間の論理体系ネットワークを視覚化し、また、ネットワークの指標から教材の系統度を比較した。生活単元学習中期の教科書は体系が弱く、十分な系統度を持っていなかった。生活単元学習後期の教科書は、数学単元を掲げており日常との関連を考慮しながら、ある程度の系統度を保持していた。生活単元学習から系統学習への移行期の教科書は生活か系統かの二元論に基づく傾向が強く、系統性志向から、定義と性質の峻別、仮定と結論の峻別に力点を置き、系統学習期の教科書と同等の系統度を持っていたことを明らかにした。

キーワード：系統学習、幾何教材の系統性、生活単元学習、命題間ネットワークの視覚化

1．はじめに

昭和23年に告示された「算数数学科指導内容一覧表」を基とする算数・数学科における生活単元学習は、児童・生徒の実際の身の回りの課題を教科書の単元に掲げて、その課題を解決するための用具として算数・数学の学習が行われた。「児童・生徒の実際の身の回り」という限定がある限り、遠足や運動会などの学校行事、結核の蔓延といった全国的に共通な課題を単元目標に設定せざるを得なかったのである。よってこの限定を取り外せば、生活単元学習が改良される方法は存在した。すなわち、架空の体験から生活単元を設定するのである。会社、工場、漁業現場、物品流通現場などを見学して、児童・生徒が自らその現場に身を置くという架空の設定をすれば、生活単元は多様で豊富なものになった可能性がある。例えば、幾何教材は生活と結びつけるには困難が多い。しかし、海岸から沖合の漁船の位置を求めるという課題の中では、幾何の相似の概念が学べるはずである。このように教科書に設定する生活単元の多様化を

図ることができれば、その内容はやがて来る数学中心の系統学習においても定理の適用例として活かすことができたはずである。

ところが、わが国の戦後の算数・数学教育の歴史は生活単元教材の多様化の方向へは推移しなかった。拙論（2021、2022）で示したように算数・数学の教科書は生活単元を次第に縮小して、数学単元を設定する割合が経年とともに増加した。よって、生活単元期にもかかわらず数学単元を設定した教科書が経年とともに増加したのである。したがって、生活単元期の後期の中学校数学科教科書は来るべき昭和33年告示の中学校学習指導要領への移行期の役割を果たしたとみることができる。実際、福森信夫（1997）は次のように述べている。「数、式、関数、図形に関する内容が、その系統性に基づいて整理拡充された。」「中学校における図形指導は、それまで、直観的、帰納的に図形の性質を考察することが主眼であったが、新たに図形の論証が取り入れられた。」（福森信夫（1997）p.161）

その新学習指導要領は教科中心カリキュラムへ回帰したゆえに「系統学習」の学習指導要領といわれる。それでは、生活単元学習期の後期の中学校数学科教科書において設定された数学単元の教材は、系統性を有していたのかどうか。もし、系統性を有していた場合、新学習指導要領下で使用された系統性と同様な程度のものであったのかどうか。あるいは、生活単元学習の特徴を持った系統性教材であったのかどうか。これらは、当時使用された教科書を細部にわたって調査することが必要である。系統学習は現在まで続いているのであるから、生活単元学習から系統学習への移行期の教科書を調査することにより、今後の教育に何らかの示唆を得られる可能性がある。

2．幾何教材の教材体系と系統学習

幾何の定理や性質が練習問題を解くための道具としてそれぞれ単独に存在するのではなく、論理的な体系のネットワークに位置付けられていることを理解することこそが系統学習である。しかし一方では、系統学習は学問としての体系をそのまま教材に持ち込む学習方法ではない。系統学習の教授・学習過程について佐伯正一（1975）は次のように述べている。

「認識発展の系統性・連続性を重視する立場において、この段階で大切なことは、新教材が既習教材の連続であり発展であること、既知のものから未知のものへと進んでいるということ、を生徒にわからせることである。（中略）できれば新教材を実生活と関係づけて、新教材への学習意欲をかきたてることである。」（佐伯正一（1975）p.252）

すなわち、既習事項を基にして未知の事項を学習してゆく教材体系が系統学習である。その場合、生徒の既習事項を踏まえた興味ある教材を学年進行に応じて配置しなければならないのである。よって、幾何教育においても整然とした論理体系が組まれたユークリッド幾何学をそのままに近い教材で学ぶことが幾何の系統学習というわけではない。ユークリッド幾何学、すなわち、ユークリッド原論における幾何学の記述は、公理・公準から始まって定理の厳密な証明が連続している。中学校数学科の幾何教材は、このような学問的に厳密な論理体系ではなく、生徒の認知的な発達段階に応じた論理体系が求められる。一方、幾何の定理を断片的な知識として学ぶのでは系統学習にはならない。ゆえに、生徒に適合した論理体系を持った幾何教材で学習することが系統学習につながると考えられる。実際、前田隆一（1961）は幾何教育について次のように述べている。

「図形の指導は、知識を羅列的に与えるべきものではなく、以上のような基本図形の性質（合同、相似、平行、垂直、平行四辺形、長方形、などを指す。（筆者注））をふし（原文のまま。（筆者注））とし、そこに要約されている諸関係が、相互にどのような関係にあるのか、他の基本図形の性質とどのように関連しているのか、また、①〜③など（幾何学の公理を指す。（筆者注））の空間の特性からどのようにして導かれるのかというふうに、いわば構造的に理解させなければならない。」（前田隆一（1961）p.5）すなわち、構造的な理解のためには、系統性を有する教材構成が必要となる。既習の図形の性質を使って新たな命題を証明してゆくという系統学習が必要となるのである。

さて、幾何教材は一般的には応用に乏しいと考えられている。端的にいえば、得られた幾何の定理を直ちに実生活に役立てることは少ないということである。佐伯正一（1975）の主張する系統学習を実現するには、論理的に得られた結果を何らかの形で現実世界と関連付ける必要がある。生活単元後期の教科書は、生活単元と数学単元が混在していた。その時期に幾何教材が体系化されるにあたって、生活との関連が模索されたと思われる教材も存在する。たとえば、二葉社の生活単元期の教科書には、図１のような木製機構が複数掲載されている。これは、学習した図形の性質を現実世界の木製機構へ応用するという工夫の一つとみることができる。

「右の器具で、四角形ABED、BCFE、DEHG、EFKHはいずれも平行四辺形である。四角形ACKGはどんな形か。」（二葉S34（表１）、p.176練習４）なお、表１の二葉Ｓ35は著者が異なり、このような木製機構は掲載されていない。系統学習は数学における完成された系統をそのまま順を追って学習することではない。身の回りの図形の観察をし、実測・操作的な説明をして、命題が正しいのではないかという仮説としての認識に至る。次に、仮説を暗黙の公理として証明を伴いながら、系統的な幾何を認識する。そして、図１のような機構の思考実験において再び現実世界に適用できることを実感することができる。

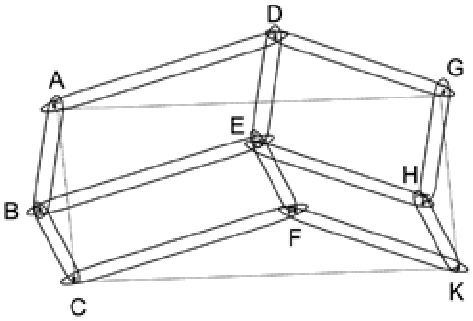

図１　定理の応用となる木製の機構
（二葉Ｓ34を基に筆者が作成）

このように、幾何の学習では命題が真であることを承認するため、定規や分度器による実測、紙を折る・切るなどの操作によって確認が行われる段階が存在する。この段階では、まだ証明が成立していないのである。系統学習期の教科書においては、第２学年の図形の性質を扱う章の最初の節がこの「説明」の段階である。これを「局所的論証」という。これを承認しておいて、続く節以降では仮定と結論を明確に分離して「証明」を行う。これが「大域的論証」である。（功力金二郎（他）（1966）p.168）一般的には前者の局所的論証を行う教材を「直観幾何」と称している。直観幾何では論理体系が不十分で系統学習の目的は達せられない。なぜなら、定理や性質を学ぶ途上で、その都度「説明」のための便宜的は方法を使うため系統的な論理構成が困難であるからである。しかし、明確な公理を設定して幾何の体系を構築してゆくのは、中学生には困難が伴う。そこで、系統学習期の中学校数学科の教科書においては局所的論証を行った命題を暗黙の事実として認めて、次節以下の大域的論証における論拠としているのである。（表２）

例えば、図形の移動公理である。線分・角・三角形などの図形は任意の位置に移動すること

ができ、かつ、移動元の図形の測度、すなわち、計量が不変であることがユークリッド幾何学における要請の１つである。表面上は図形が物体として動くので、理解は容易である。しかし、この公理は該当図形を指定された任意の位置に測度を保持して存在させることができるという存在保証を表している。２辺と夾角の等しい２つの三角形を重ねて、「重なること」を根拠にして、他の辺の長さや角の大きさが等しいことを主張するのが重置法という証明方法である。これは、実物を移動して人間の視覚で重なりを確認しているのではない。移動公理を適用しているのである。また、移動公理は自明のように思えるものの、実はその図形を含む空間の性質にほかならない。すなわち、移動公理は約束事にすぎないのである。したがって、幾何学においてはある命題の真偽の根拠を求めるならば、このような約束事である公理へさかのぼることになる。しかし、中学校段階における幾何の教育的な体系を考える場合、既存の公理から出発するのではなく、生徒自身による測定や操作による確認こそが「暗黙の公理」の意味を持つのである。平行線公理も同様に約束事であり、平行線公理と同値である三角形の内角定理について、村田翔吾（2017）は次のように述べている。「中学校数学科における三角形の内角定理の証明は、局所的論証に含まれる一方で体系的論証にも含まれる」（村田翔吾（2017）p.46）よって、現実世界との関連を基にした直観を援用した系統性を確保できる可能性がある。

　ところが、生活単元学習の中期から末期にかけては、数学教育界においては系統学習への指向が大きく働いていた。（拙論（2023））すなわち、生活単元学習期の初期の教科書で設定されていた生徒の学校生活や消費生活を中心とする生活単元に替わって、数学の論理体系に沿った単元が設定されたのである。特に、図形分野では、局所的論証に留まっていた基本図形の性質を論証的な取り扱いに変更する方針が新学習指導要領実施前に示されていた。実際、文部省中等教育科数学係の大野清四郎（1958）は、昭和31年から開始された教材等調査研究数学小委員会の結果を踏まえて次のように述べている。「中学校の図形についての論証とは、それ以前に学んだ図形の基本的な性質を根拠にして、種々の性質を演えき的な推論によって導くことを意味するとする。」（大野清四郎（1958）、p.87）これにより、正三角形、二等辺三角形、正方形、長方形、平行四辺形、台形などの性質を逐一証明することになった。よって、系統学習期に入る前の段階において改訂された教科書の記述は数学的な系統性を重視することになったと考えられる。実際、本稿次節以降で系統度合が上昇したことを示す。

　さて、系統学習とは数学的な系統のみを重視すると生徒の理解に困難を伴う。実際、国宗進（1987）は、幾何の論理系統の理解を具体的に「仮定・結論。証明を理解しており、循環論法も指摘できる。」と定めて調査問題を作成・実施した。その結果は、東京都公立中学校３校の第２学年生徒229人対象の昭和61年１月の調査では、正答率が40％であった。（国宗進（1987）p.143）この結果からみると、論理体系を重視して証明を繰り返すのみの系統学習には困難性があることがわかる。

　系統学習期に入った当時もこの困難性は予測されていた。実際、三浦泰二（1951）は「自分の数学的経験を系統的に組織立てる」（p.107）という学習が系統学習であると述べている。すなわち、与えられた公理から順を追って学習するのではなく、実測や操作で確かめたことを基にして体系を組み立ててゆくのが系統学習というのである。ゆえに、生活単元期の後期において数学単元が優位になったのであるから、「児童・生徒の実際の日常生活」という教材の枠を外して、多様な日常の事例が教材として開発されていたならば、三浦泰二（1951）のいうような困難性の少ない系統学習につながったはずである。しかし、実際は生活単元学習からの脱却のみが優先され、生活単元学習か系統学習かの二者択一の二元論に陥ったとみることができる。

そして、系統学習が継続している現代においても、この二元論から脱却できていない。実際、上垣渉（2022）は次のように述べている。「つまり戦後の生活単元学習批判によって子どもの生活経験と数学的系統性を対立させる図示から脱却し両者を止揚する新しい教育理念、原理、方法が求められたと言えるがそのように進んだかどうかについては検証の余地があると同時にこの課題は現代にも突き刺さっていると思われる。」（上垣渉（2022）p.622）

本稿では次節以降で幾何の論証に関して、生活単元期の中期・後期、系統学習期の教科書の記述の系統度を調査した結果を述べる。これによって、生活単元学習から系統学習への切り替えが、両者混在の中間段階が不在の二元論によって推移したことを示す。

３．移行期における教科書の幾何教材の論理体系の調査

生徒が、ある命題の証明の論拠を意識する場合、命題がその幾何の体系ネットワークの中に係留されていることを垣間見ることができる。証明できた後で自分の学習を振り返れば、命題とその論拠となった命題を同時に上から見ることになる。すなわち、視点が上がるのである。生活単元学習においては、体系性の弱さから、このような論理体系としての振り返りが不可能であった。実際、田村三郎（1983）は次のように述べている。「教育学者広岡亮蔵は昭和28年に、単元学習にたいする三つの批判の１つとして『(イ）その体系性の弱さ、(中略)』をあげている。」（田村三郎（1983）p.21）そして、数学単元を掲げる教科書が経年とともに増加した結果、生活単元学習期にもかかわらず、後の系統学習期に匹敵する体系を備えた教科書が出現したのである。実際、田村三郎（1983）は次のように述べている。「昭和29年度には指導要領を完全に逸脱していると考えられる教科書が検定に合格するという状態にまでなった。」（田村三郎（1983）p.21）

本節では移行期の教科書の幾何教材における体系を調査して、系統度合を比較した結果を報告する。教科書の例題・問・練習の証明を要求する問題の場合、既習事項を根拠として示すことを求めている。すなわち、前に証明したどの定理・法則が今回の証明のどこで効いているのかを生徒が判断できることが、体系としての幾何教材の認識へつながるのである。そこで、命題Ａを根拠として命題Ｂを証明する場合は、命題Ａから命題Ｂへと矢印付きの edge を引く。教科書に記述された命題は node で表す。たとえば、node Aから node Bへ edge が引かれていれば、命題Ｂを証明する過程の中で必要となる根拠の１つが既習事項の命題Ａであるということを意味している。すなわち、グラフ理論でいうところの有向グラフで幾何教材の体系を表す。この命題間ネットワークが複雑である教科書ほど、体系としての幾何教材の認識へ生徒を導く指向の教科書であると言える。ゆえに、命題間ネットワークの複雑度を幾何教材の系統度の指標の１つとして採用できるのである。命題間ネットワークは視覚化が可能であるから、教科書の幾何教材における記述の系統度合の視覚化が可能になる。

ところで、命題とは学習者にとって真偽が未決定の主張である。本稿では便宜上、教科書に記載されている幾何の定理・例・問・練習等を一律に命題と称することにした。教科書の定理・例・問・練習等の外で、説明として証明されている定理なども、適宜番号を付してこれに含めている。なお、表３～表６の命題の内容の文章表現は本質的に同等な表現に筆者が改変した場合がある。

調査対象の教科書は表１のとおりである。二葉社は教育出版（以下「教出」）に吸収合併さ

れている。日書Ｓ29（日本書院）は生活単元学習中期、二葉Ｓ34は同後期、二葉Ｓ35は生活単元期内で末期の移行期、教出Ｓ40は系統学習期である。つまり、二葉は著者の異なる２種類の教科書が併存していたことになる。

表１　生活単元学習から系統学習期への移行期の中学校２年生用教科書

教科書	書名	検定年	発行年	使用年	筆頭著者
日書Ｓ29	中学校新数学２上	Ｓ28	Ｓ29	Ｓ29～Ｓ30	平野智治
二葉Ｓ34	数学Ⅱ	Ｓ32	Ｓ34	Ｓ33～Ｓ36	丸山儀四郎
二葉Ｓ35	中学数学幾何編２年	Ｓ32	Ｓ35	Ｓ33～Ｓ36	小林善一
教出Ｓ40	標準中学数学２	Ｓ36	Ｓ40	Ｓ37～Ｓ40	河口商次

※検定年・発行年は教科書実物に記載されたものである。使用年は教科書研究センター附属教科書図書館教科書目録情報データベースによる。

調査対象の幾何教材は、中学校２年生の直線図形のうち三角形の合同の範囲に限定した。したがって、大小関係・相似・円などは除いてある。その理由は以下のとおりである。第一に、生活単元期の初期の教科書においても三角形の合同条件が示されていることである。実際、生活単元期の初期の教科書である『日常の数学２－１』（大日本図書、Ｓ26検定・発行、佐藤良一郎（他））においては、「物の形」の単元において「同じ形の三角形」の項目を設定して、三角形の合同条件を記載している。（同教科書pp.83-94）、第二に、生活単元期の中後期の教科書は三角形の合同条件を用いて、小学校算数科における基本図形の性質を証明させる内容が記述されていることである。実際、二葉Ｓ34では二等辺三角形、平行四辺形、長方形、ひし形、正方形の順序で通算11ページを三角形の合同条件を用いた証明にあてている。もちろん、系統学習期の教科書においても三角形の合同条件を扱っている。よって、生活単元期から系統学習期への移行期について論理体系の系統度の推移を検出するためには、三角形の合同の範囲に限定しても問題ないと判断した。

命題としては、表２で示すように定理、例、問、練習を含む。しかし、節末問題、章末問題、巻末問題は除いてある。ただし、日書Ｓ29は節末問題の練習Ａ、Ｂのうち練習Ａが他の３冊における問に相当するためこれを含めた。教科書の調査対象範囲の記述は、直観幾何と論証幾何が含まれている。直観幾何の部分は局所的論証であり、各教科書の共通するため論証幾何の根拠となる仮説とみなした。すなわち、証明を伴わない暗黙の公理とみなすことにした。これを表３に示してある。なお、日書Ｓ29は生活単元学習中期のため、「証明せよ」という記述はなく、「わけを説明せよ」と書かれており、実質上は証明を要求している内容である。４種類の教科書の命題の内容を表３～６に示す。

表２　命題の記号凡例

教科書の記述または扱い	仮説	定理	例	問	練習
本稿の図・表での記号	hy	th	ex	qu	pr

表３　各教科書共通の仮説

記号	命題の内容
hy1G-0	対頂角は等しい。
hy1G-1	三角形の内角の和は２直角、四角形の内角の和は４直角
hy1G-2	２直線が平行なら同位角・錯角は等しく同傍内角の和は２直角
hy1G-3	同位角が等しいか錯角が等しいか同傍内角の和が２直角ならは２直線は平行
hy1G-4	三角形の外角は内対角の和に等しい。
hy2G-1	移動において対応する線分の長さは等しく、対応する角の大きさは等しい。

表４　日書Ｓ29の命題

頁	記号	命題の内容
99	hy2G-2	３辺合同定理
99	hy2G-3	２辺挟辺合同定理
99	hy2G-4	２角挟辺合同定理
99	qu21-3	角の２等分線の作図の証明
100	pr21-A4	斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい２つの直角三角形は合同である。
100	pr2-A5-1	二等辺三角形の両底角は等しい。
100	pr2-A5-2	二等辺三角形の頂角からの中線は底辺に垂線である。

表５　二葉Ｓ34の命題

頁	種別	命題の内容
160	th22-1	３辺合同定理
160	th22-2	２辺BC挟辺合同定理
160	th22-3	２角挟辺合同定理
160	ex22-1	線分の垂直二等分線上の点は、線分の両端の点から等距離にある。
161	qu22-4	２つの線分AB、CDが中点で交わるとき、AC＝BD（＊）
161	ex22-4	角の二等分線上の点から、各の２辺へおろした垂線の長さは等しい。
162	qu22-5	頂点に関する点対称な２つの直角三角形の対応する底辺の長さが等しい。（＊）
162	qu22-6	角の移動の作図の証明
164	th23-1	二等辺三角形の両底角は等しい。
165	qu23-3	二等辺三角形の頂角の二等分線によって分けられる２つの三角形は合同
165	qu23-4	二等辺三角形の頂角からの中線は底辺に垂線である。
165	th23-2	２つの角が等しい三角形は二等辺三角形である。
166	th23-3	３つの角が等しい三角形は正三角形である。
172	th31-1	平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい。
173	qu31-1-1	平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい。
173	qu31-1-2	平行四辺形のとなり合った２つの角の和は２直角
173	qu31-2	平行な２直線上にそのはしがあってたがいに平行な線分の長さは等しい。
173	th31-2	平行四辺形の対角線は互いに中点で交わる。
174	th31-3	２組の対辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形である。
175	qu31-3	合同な三角形をつなぎあわせると、平行四辺形にできる。
175	th31-4	対角線が中点で交わる四角形は平行四辺形である。
178	th32-1	長方形の対角線の長さは等しい。
178	qu32-5	長方形の４つの頂点は、対角線の交点から等しい距離にある。
179	th32-2	ひし形の対角線は直交する。
179	qu32-9	ひし形の対角線は中点で交わる。

（＊は通常の図に加えて、器具の図が並置してあり、表現が異なる。）

表６　二葉Ｓ35の命題

	種別	命題の内容
10	th12-1	２辺夾角合同定理
11	th12-2	２角挟辺合同定理
12	th13-1	二等辺三角形の底角は等しい。
15	th14-1	３辺合同定理
18	ex15-3	角の二等分線の作図の証明
26	ex21-4	二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する。
27	qu21-1	二等辺三角形の底辺の中点と頂点を結ぶ線分は、頂角を二等分する。
27	qu21-2	２つの角が等しい三角形は二等辺三角形である。
28	qu21-4	AB＝DC、AC＝DB、ACとDBの交点をＥ。△EBCは二等辺三角形である。
28	qu21-4	直線外の点から垂線を下す作図の証明
28	qu21-5	直線上の点から垂線を立てる。
28	qu21-6	二等辺三角形の両底角の二等分線の交点D。△DBCは二等辺三角形である。
29	qu21-8	３つの角が等しい三角形は正三角形である。
30	ex23-1	直角三角形ABCの斜辺AB上に∠BCM＝∠Ｂとなるような点ＭをとるとMA＝MB＝MC
31	th23-1	直角三角形の斜辺の中点から、３つの頂点までの距離は等しい。
31	qu23-3	半円の弧上の点Ｃと直径ABの両端を結んでできる△ABCは直角三角形である。
31	qu23-4	直角をはさむ２つの辺がそれぞれ等しい２つの直角三角形は合同である。
32	ex23-2	斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい２つの直角三角形は合同である。
32	qu23-51	直角をはさむ１つの辺とその端の鋭角がそれぞれ等しい２つの直角三角形は合同
32	qu23-52	直角をはさむ１つの辺とその対角がそれぞれ等しい２つの直角三角形は合同
33	ex23-3	斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい２つの直角三角形は合同である。
40	ex31-1	平行四辺形は１つの対角線で合同な２つの三角形に分けられる。
41	th31-1	平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい。
41	th31-2	平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい。
41	th31-3	平行四辺形のとなり合った２つの角の和は２直角
42	qu31-4	平行四辺形ABCDの頂点A、Cから対角線BDに垂線AE，CFをひくと、AE＝CF
42	ex31-2	平行四辺形の対角線は互いに他を２等分する。
43	qu31-6	平行四辺形ABCDの対角線の交点Oを通る直線が辺AD、BCと交わる点をE,FとするとOE＝OF
44	th33-1	となりあう２つの辺と、その間の角がそれぞれ等しい２つの平行四辺形は合同。
46	ex32-1	２組の対辺がそれぞれ等しい四辺形は、平行四辺形。
47	ex32-2	１組の対辺が平行で、長さが等しい四辺形は、平行四辺形
48	qu32-3	対角線が互いに他を２等分している四辺形は平行四辺形
48	qu32-4	２組の対角がそれぞれ等しい四辺形は平行四辺形
49	ex32-3	平行四辺形ABCDの対辺BC，ADの中点をE，Fとすると四辺形AECFは平行四辺形
51	ex33-1	長方形の対角線の長さは等しい。
52	qu33-2	１つの角が直角である平行四辺形は長方形
52	qu33-3	２つの対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形
53	ex34-1	ひし形の対角線は直角に交わる。
54	qu34-2	となりあう２つの辺の長さが等しい平行四辺形はひし形
54	qu34-3	与えられた線分を１辺とし、与えられた角を１つの角とするひし形の作図
55	qu35-1	正方形の２つの対角線は長さが等しく、直角に交わる。
58	ex36-1	等脚台形の１つの底の両端の２つの角は等しい。
59	ex36-2	等脚台形の２つの対角線の長さは等しい。

表７　教出S40の命題

頁	種別	命題の内容
119	th21-1	二等辺三角形の頂角の二等分線によって分けられる２つの三角形は合同。
119	th21-2	二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する。
120	th21-3	二等辺三角形の両底角は等しい。
121	th31-4	２辺夾角合同定理
122	ex21-1	二等辺三角形ABCの辺AB，ACの中点をそれぞれE、DとするとBD＝CE
123	qu2-3	合同な三角形の中線の長さは等しい。
124	th21-5	２角挟辺合同定理
125	qu31-6	２角と１対角の合同
125	qu31-7	合同な三角形の頂点から底辺への垂線の長さは等しい。
125	th33-6	３辺合同定理
126	que31-9	二等辺三角形の頂角からの中線によって分けられる２つの三角形は合同
127	th32-1	斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい２つの直角三角形は合同である。
127	th32-2	斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい２つの直角三角形は合同である。
128	qu33-1	角の二等分線の作図の証明
129	th33-7	角の二等分線上の点から、各の２辺へおろした垂線の長さはつねに等しい。
129	th33-8	線分の垂直二等分線上の点は、線分の両端の点から等距離にある。
131	th41-9	２つの角が等しい三角形は二等辺三角形である。
133	th41-10-1	正三角形の３つの内角は等しい。
133	th41-10-2	３つの角が等しい三角形は正三角形である。
134	th42-1	三角形の３辺の垂直二等分線は、１点で出会う。
135	th42-2	三角形の３つの角の二等分線は、１点で出会う。
137	th51-13-1	平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい。
137	th51-13-2	平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい。
138	qu51-1	平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい。
138	qu51-2	２つの角の対応する２つの半直線がそれぞれ平行ならば、角の大きさが等しい。
138	th51-14	平行四辺形の対角線は互いに中点で交わる。
139	th51-15	２組の対辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形である。
140	th51-16	２組の対角がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形である。
140	th51-17	対角線が互いに他を２等分している四角形は平行四辺形である。
141	th51-18	１組の対辺が平行で長さが等しい四角形は平行四辺形である。
142	th52-19	２辺中点の連結定理
143	qu52-1	三角形の１つの頂点と３辺の中点を頂点とする四角形は平行四辺形である。
144	th52-20	２辺中点の連結定理の逆
145	qu53-1-1	平行六面体ABCD-EFGHにおいて△AED≡△BFC
145	qu53-1-2	平行六面体ABCD-EFGHにおいて平行四辺形AEHD≡平行四辺形BFGC
145	th54-21	長方形の対角線の長さは等しい。
146	ex54-1	△ABCで∠B＝∠R、AO＝OCのとき、OA＝OB＝OC
146	qu54-2	長方形ABCDの対角線の交点をOとすると△ABCは二等辺三角形である。
147	th54-22	ひし形の対角線は直交する。
147	th54-23	正方形の２つの対角線は直交し、その長さが等しい。

3．論理体系の「系統度」調査の結果と考察

論理体系の視覚化には、ネットワーク分析ソフトGephi ver. 0.10を用いた。これにより、教科書に記載されている命題間のネットワークが視覚化され、幾何の教材体系がどの程度の系統度を有しているかを比較できる。また、表8において系統を比較する指標を提示した。out-degree（出次数）は、特定の node から出る edge の数を示す。すなわち、その命題が他の命題の証明に何回使用されているかを表す。たとえば、２辺夾角合同定理などの合同条件は、多くの命題に証明で使用されるため out-degree 数は大きくなる。逆に、in-degree（入次数）は特定の node に向かって edge が入る数を示す。すなわち、その命題を証明するために既習の命題をいくつ使用しているかを表す。また、表８においては out-degree と in-degree の Range（範囲）を示している。out-degree の数が大きい命題は他の命題の証明に頻繁に使用されることを表している。また、node+edge、edge/node の数は、体系の系統度を比較するための指標の１つとして使用できる。

表８　各教科書の系統度の比較指標

教科書	node	edge	node+edge	edge/node	out-degree	in-degree	頁数
日書Ｓ29	7	5	12	0.71	0～2	0～2	5
二葉Ｓ34	29	32	61	1.10	0～6	1～2	36
二葉Ｓ35	49	67	116	1.37	0～13	1～3	58
教出Ｓ40	44	66	110	1.50	0～9	1～4	39

各 node の out-degree + in-degree の値を統計データとみなして、その平均と標準偏差を表９に示した。そして、教科書間の平均の差のWelchの t 検定結果を表10に示した。

表９　各nodeのout-degree＋in-degreeの平均と標準偏差

教科書	n	平均	標準偏差
日書Ｓ29	13	0.769	0.832
二葉Ｓ34	31	2.065	1.526
二葉Ｓ35	49	2.735	2.206
教出Ｓ40	46	2.870	2.325

表10　各nodeのout-degree＋in-degree の平均の差の検定結果（Welchの t 検定、片側検定、p値、*は<.05）

	二葉Ｓ34	二葉Ｓ35	教出Ｓ40
日書S29	.0004*	.0000*	.0000*
二葉S34		.0563	.0353*
二葉S35			.3864

第２節で述べた事情（大野清四郎（1958））により、経年とともに証明すべき命題の数が増加し、表８の node が増加しているのである。そして、外心定理、内心定理のような複雑な定理を扱うならば、使用する既習命題が増加してedgeの数が増加することになる。よって、表8にみるように edge/node の値も経年とともに増加しているのである。すなわち、すでに証明した既習命題を基にして証明すべき命題が増加したとみることができる。また、表８では、二葉Ｓ35と教出Ｓ40は node 数とedge/node の値の大小が逆転している。二葉Ｓ35はまだ生活単元期内であり、教出S40はすでに系統学習期に入っている。すなわち、二葉Ｓ35では基本図形の性質を中心とする単純な命題の証明に始終している。一方の教出Ｓ40では複雑な命題が扱わ

れたとみることができる。実際、外心定理や内心定理が扱われている。しかし、表10で示すように教出Ｓ40においても複雑な命題の数は多くはなく、両者の out-degree＋in-degree 数の平均の統計的な差は認められない。一方、生活単元期後期の二葉Ｓ34と系統学習期の教出Ｓ40の間には統計的な差が認められる。すなわち、教出Ｓ40は二葉Ｓ34よりも系統度が高い。二葉Ｓ35は二葉Ｓ34に対して系統度が高い傾向にあるものの、5％の有意水準では棄却できなかった。だが、二葉Ｓ35は生活単元期内にもかかわらず、系統学習期の教科書と同等に近い系統度を有していたことがわかる。このような系統的な記述をするためには、生活単元の大半を割愛する必要がある。また､内容から見ても「指導要領を完全に逸脱していると考えられる教科書」（田村三郎（1983）p.21）のうちの１つが、この二葉Ｓ35であったと考えられる。実際、二葉Ｓ35の生活単元の設定は０％であった。（拙論（2023））

さて、日書S29は、扱いページ数自体が少ないこともあり、練習問題Ａを含めたにもかかわらず系統度が低いことが図２からわかる。日書Ｓ29に比較すると、図３の二葉Ｓ34のネットワークは複雑な系統性を有している。そして、上記２節で述べたように二葉Ｓ34は木製の機構を図形と並置するなどの日常と幾何を結びつける工夫がみられる。しかし、系統度を表すnode+edge、edge/node の値は二葉Ｓ35や教出Ｓ40より小さい。表10に示すように統計的な有意差がある。ことから、生活単元学習後期の二葉Ｓ35は、系統学習期の教出Ｓ40に比較して系統度が低いことがわかる。二葉Ｓ34は、生活単元学習後期に編集されたため、証明された定理等と生徒の身の回りの現実世界とを結びつける木製機構等の具体物の図が16カ所にみられ、系統度は低く抑えられていたのである。

一方、二葉Ｓ35は、木製機構等の具体物の図が導入部と節末問題の７カ所のみにとどまり、生徒の身の回りの現実世界との関連は二葉Ｓ34と比較すると重視されていない。そして、表８の node＋edge、edge/node、および表10からみて、二葉Ｓ35は系統学習期の教出Ｓ40とほぼ同等の系統性を有していることがわかる。表８によれば、二葉Ｓ34は node+edge が61であるのに対して、二葉S35では116、教出S40では110となっている。二葉Ｓ35は生活単元学習期に検定されたにもかかわらず、系統性を重視しており、生活単元学習からの脱却を優先して編集されたとみることができる。表10においても、二葉Ｓ35と教出Ｓ40の統計的な差異すなわち、out-degree＋in-degree 数の平均に差があるとは言えない。また、表６、表７の命題の内容を比較すると、二葉Ｓ35では、三角形、正三角形、直角三角形、二等辺三角形、平行四辺形、正方形、長方形、台形のような小学校算数科で学習した基本図形に対して、その定義と性質を明確にして、仮定と結論を示して論証の意義を重視していることがわかる。これらの基本図形の性質は、直観的には自明な命題である。実際、out-degree の最大値が13であることから、三角形の合同条件が頻繁に使用されているのである。すなわち、二葉Ｓ35は一見明らかな直観的に自明な命題を通して、論理体系の構築を重視した教科書であると言える。これに対して、二葉Ｓ35と同等な系統度を持つ教出Ｓ40は外心定理や内心定理を含んでいる。三角形の２辺の垂直二等分線の交点が、第三の辺の垂直二等分線上にあることは、直観的に自明ではない。直観では確信が持てない命題すなわち直観的に非自明な命題である。直観的に非自明な命題は生徒の興味が命題自体に注がれる。生徒は「本当にこれが成り立つのか？」と思い興味・関心が喚起されるからである。逆に、直観的に自明な命題に対して生徒は、「これが成り立つのは当然である」と考えることから、論理体系に意識が向かうと考えられる。よって、生活単元学習期に作られた二葉Ｓ35は、生徒に論理体系を意識させ系統度を上げる意図があったと思われる。すなわち、生活単元学習からの脱却を図るために直観的に自明な命題を通して系統学習を指向す

る教科書であったと言える。

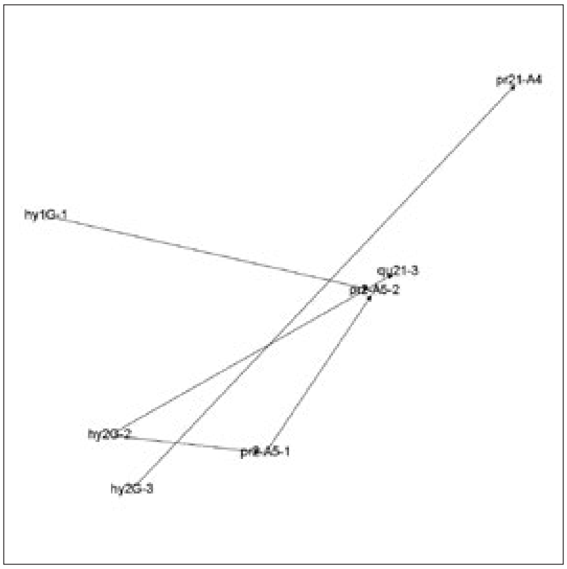

図２　日書Ｓ29（生活単元学習中期）の命題間ネットワーク

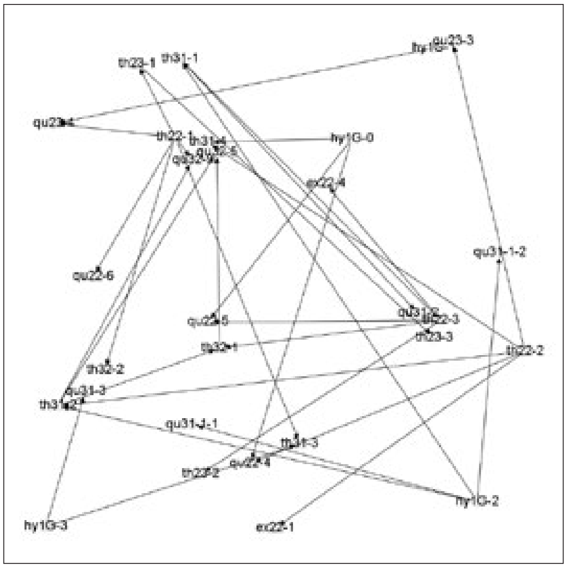

図３　二葉Ｓ34（生活単元学習後期）の命題間ネットワーク

数学の学習は現実世界を数学化し、数学の中で体系を整えた上で推論し、推論で得た結果を再度現実世界に適用するというサイクルを体験することである。（池田敏和・山崎浩二（1993）pp26.-32）だが、本稿の系統度の分析結果からみて生活単元学習か系統学習かの二元論に陥った結果として、系統学習期の教科書の幾何分野の記述は現実世界との関連が弱くなったことを指摘できるのである。

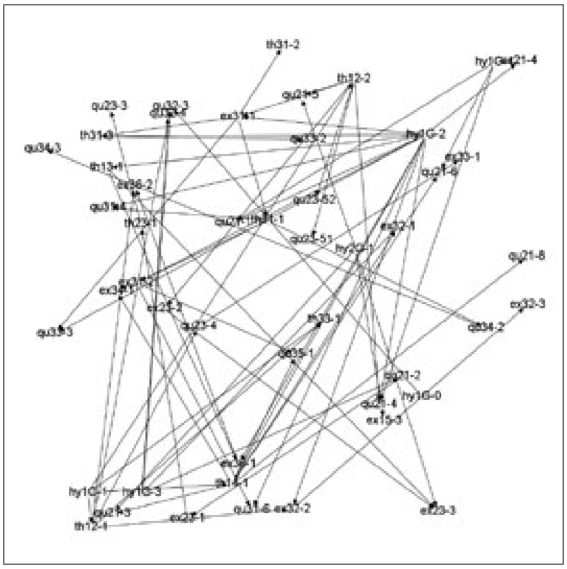

図４　二葉Ｓ35（生活単元学習から系統学習期への移行期）の命題間ネットワーク

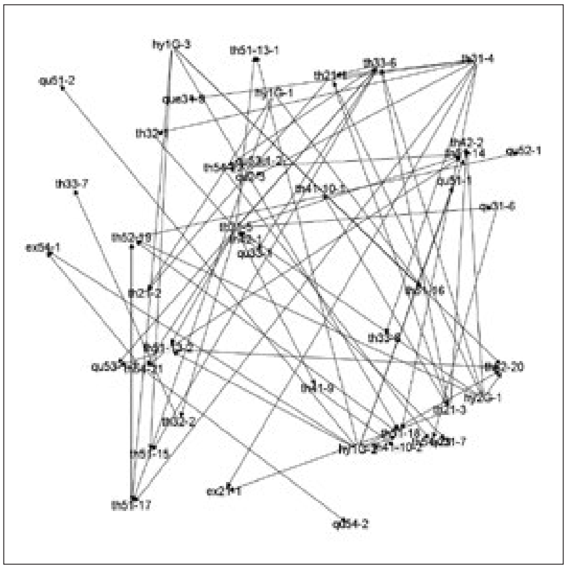

図５　教出Ｓ40（系統学習期）の命題間ネットワーク

４．終わりに

生活単元学習中期の中学校の教科書は体系が弱く、十分な系統度を持っていなかった。生活単元学習期には幾何教育は高等学校の「幾何」、「数学Ⅰ幾何編」という科目で系統的に行われていた。中学校の教科書は、生活単元学習後期では、数学単元を掲げており緩やかな論理体系で、ある程度の系統度を保持していたことがわかった。生活単元学習から系統学習への移行期の教科書は生活か系統かの二元論に基づく傾向が強く、系統性志向が強かった。系統学習期に

は幾何の教材も体系化がなされ、生徒の学習後の振り返りにより幾何が論理体系の中にあるという系統への意識は、育まれたと考えられる。しかし、論理的推論の結果を現実世界に適応させてみるという側面は十分ではない。生活単元学習期後期の教科書をさらに調査すると、参考にすべき教材を見出す可能性もある。今回は調査の教科書の数が少なかったため一般的な結論を導くには不十分である。しかし、同一出版社の教科書を取り上げることによって系統度の経年の推移の一端が明らかにできた。また、幾何の命題間の関連をネットワークとみてその系統度を視覚化する方法論と系統度の指標を提示することができたと考える。

参考・引用文献

池田敏和・山崎浩二（1993）「数学的モデリングの導入段階における目標とその授業展開のあり方に関する事例研究」、『日本数学教育学会誌』、Vol.75、No.１、pp.26-32

上垣渉（2022）「第38章 生活単元学習の再検討」、同『日本数学教育史研究』（下巻）pp.566-622、風間書房

大野清四郎（1958）「数学の改訂―中学校―」、文部省調査局（編）『学習指導要領解説中学校』（『文部時報』別刷）、帝国地方行政学会

国宗進（1987）「Ⅴ『論証の意義』の理解に関する発達的研究」、小関照純（編著）『図形の論証指導』（算数・数学教育全書No.２）、明治図書

教科書研究センター附属教科書図書館教科書目録情報データベースhttps://textbook-rc.or.jp/library_jp/（検索日R05-09-18）

功力金二郎（他）（1966）『中学校数学２年学習指導資料』、学校図書、pp.168-169.

佐伯正一（1975）「第八章 教授・学習の過程」、大河内一男（他）（監）『教授と学習』（教育学全集増補版No.４）、小学館、pp.246-264

拙論（2022）「昭和23～35年の生活単元学習期における算数科教科書の「生活単元」の設定状況分析」『名古屋女子大学紀要』、第68号、人文・社会編、pp.139-150

拙論（2023）「昭和24～32年の生活単元学習期における中学校数学科教科書の「生活単元」から「数学単元」への推移状況―文字式と図形の性質分野に着目して―」、『名古屋女子大学紀要』（人文・社会編）、第69号、pp.147-159

田村三郎（1983）「第１章 算数教育の歴史」、田村三郎（他）（編）『算数教育概論』、現代数学社

中島健三（1979）「第Ⅴ章 算数・数学教育の歴史」赤攝也（編）『算数・数学教育の理論と構造』（学研版教育学講座No.11）、学習研究社、pp.133-187

福森信夫（1997）「11.単元学習から系統学習へ」、日本数学教育学会（編）『20世紀数学教育思想の流れ』（日数教YEARBOOK「日本の算数・数学教育1996」）、産業図書、pp.155-184

前田隆一（1961）「図形の論証を指導することの意義」、森規久男（編）『算数と数学』（特集「図形指導に関する実践的研究」）No.113、教育総合研究所、pp.4-7

村田翔吾（2017）「中学校数学科における三角形の内角定理の位置づけに関する一考察―局所的論証と体系的論証を視点として―」、『日本科学教育学会年会論文集』Vol.41、pp.445-446

三浦泰二（1951）「数学科の系統学習について」、『日本数学教育学会誌 数学教育』Vol.５、No.４、pp.107-108

文部省（1959）「中学校の教育課程に関する移行措置（昭和34年９月３日付通達）」「中学校教育課程移行措置要項（通達別紙）」、同『中学校数学指導書』、大日本図書、pp.151-159