名古屋女子大学　紀要　66（人・社）239～249　2020

「数学的な考え方」の概念のとらえ方への算数・数学教育現代化思想の影響

―片桐重男の研究を基礎とする分析―

山本　忠*

The Influence of Modernization of Mathematics Education on the Mathematical Way of Thinking

―An Analysis on the Basis of the Study of Shigeo Katagiri―

Atsushi YAMAMOTO

抄　録

「数学的な考え方」に関する数学教育史としての論考である。数学的な考え方は一般的、普遍的な概念として、昭和31年告示の高等学校学習指導要領で初めて提示された。しかし、それには世界的な算数・数学教育現代化の潮流の基に導入された現代数学的な考え方、すなわち、集合の考え、構造の考えを指向する現代数学的な考え方を含めるようになった。その結果、現代化によって数学的な考え方の研究や実践が活発になった。しかし、その後現代化が退潮したのに伴い、数学的な考え方の研究も少なくなった。本稿では片桐重男の示した数学的な考え方についての先行研究のまとめを統計的に再分析して、現代化の影響を再検討した。その結果、現代化で強調された数学的な考え方のとらえ方は、現代化を指向する先行研究に共通しており、教育現場での数学的な考え方のとらえ方も共通した傾向がみられた。また、問題解決学習の授業の研究と、一般の授業の研究での数学的な考え方のとらえ方とでは、異なるとらえ方をする傾向があることがわかった。平成10年告示の学習指導要領以降では数学的な考え方が復活しており、現代化の影響を除いた本来の一般的、普遍的なものとしてとらえられるようになったと考えられる。

キーワード：数学的な考え方、算数・数学教育現代化、片桐重男

はじめに

本稿は、「数学的な考え方」に関する数学教育史としての論考である。特に算数・数学教育現代化との関連について論じる。算数・数学教育現代化は世界的な潮流があり、教育内容、教育方法の現代化が主張された。その後、算数・数学教育現代化には問題点が指摘され始め、現代化の思潮自体が退潮した。現代化期にはこれまでにない研究、先行実践がなされた。しかし、現代化の退潮とともにほとんどの現代化の研究、実践記録が顧みられなくなったのである。算数・数学教育現代化の思想、方法には現在の教育に生かすべきものが存在する。したがって、

算数・数学教育現代化期については、数学教育史研究の一環として研究する必要がある。すでに拙論（2017、2018）でこの試みを行った。本稿では、現代化期に研究が活発になったものの、現場の教師にとってはとらえにくい概念である「数学的な考え方」を片桐重男（1988a）の研究を基に、再検討する。

1．算数・数学教育現代化の背景と思想

欧米諸国において教育の現代化の潮流の基に算数・数学教育現代化のための研究団体が設置され始めたのは、1950年代である。実際には、アメリカのUICSM（University of Illinois Committee on School Mathematics）は、1951年に設置されている。ソビエトの人工衛星Sputnik 1号の打ち上げ成功による通称「スプトニク・ショック」は、1957年である。したがって、アメリカにおける算数・数学教育現代化の潮流はその６年以上前から既に始まっていたのである。（日本数学教育学会（1966）、pp.63-112）

ところで、アメリカにおける教育現代化の背景には、科学技術の発展への対応という側面のみならず、教育学的、教育心理学的な背景も存在したのである。すなわち、アメリカでの算数・数学教育現代化の思想的な背景には、1955年の進歩主義教育連盟の解散と1956年の本質主義派の基礎教育協議会の発足の動きがあった。すなわち、科学技術の発展に伴う教育内容の現代化のみならず、教育学的な歴史の流れの必然性が存在していたのである。当時のアメリカの教育界の状況に対して、Jerom S. Brunerの『教育の過程』が問題提起をしたことについて、広岡亮蔵（1977）が以下のように述べている。

「この書は、経験主義教育の中に低迷していたアメリカ教育界にたいして、衝撃的な刺激をあたえるとともに、今後立ち向かうべき、大きな示唆を提起したもののようである。戦後いらいの経験教育を脱皮しようとしていたわが国の教育界にたいしても、この書が多大の影響をあたえたことは、私たちの記憶に新たなものがある。」（広岡亮蔵（1977、p.11）

しかし、佐藤三郎（1986）が指摘するようにBrunerは経験主義教育の利点も引き継いでいるのである。（佐藤（1986）、p.80）算数・数学教育における発見学習、理科教育における探究活動は、経験主義教育における問題解決学習を引き継ぐ教育方法である。すなわち、Brunerの『教育の過程』が教育学的、教育心理学的な支柱となって推進された算数・数学教育の現代化は、数学の思考様式すなわち数学的な考え方を、発見的な教授法で教えることが期待されていたのである。実際、生物の学習を例にしてBruner（1963）は次のように述べている。

「一般的概念の有効な意味を学習する背景として、ある特定の学問の思考様式が必要であろうが、そのような場合、「機能」の意味を一般的に教えるよりは、生物学の文脈でそれを教えるほうが効果が多いといえるだろう。「態度」を教えるとか、または数学において発見的教授法で教える場合においてさえ、議論されているのは次のことである。すなわち学習者が自分自身の態度または方法をあまり意識しすぎると、学習者はその作業において、機械的になるか、または悪がしこい要領を身につけるようになりはしないかということである。」（Bruner（1963）、p.36）

だが、アメリカ、ヨーロッパ、また、わが国においても、いわゆるBruner仮説とよばれた「どの教科でも、知的性格をそのままにたもって、発達のどの段階のどの子どもにも効果的に教えることができる」（Bruner（1963）、p.42）を教育学的、教育心理学的な根拠として現代数学の

内容と方法を算数科、数学科へ導入したのである。実際には、Brunerは、児教・生徒の発達段階に応じた「翻案」が必要であることを条件としている。翻案とは、素材を児童・生徒の発達段階に応じて教材化することである。わが国の算数・数学教育現代化にたいする対応では、十分な翻案ができるまでに至らなかったのではないかと考えられる。実際、Brunerは次のように説明している。

「ある教科を教えるという仕事は、いわばその子どもがものを観察する方法と結びつけて、その教科の構造を示すことなのである。それは翻案する仕事と考えてよい。」(Bruner (1963)、p.42)

Brunerの『教育の過程』は、ヨーロッパ諸国の算数・数学教育にも影響を与えた。たとえば1961年に、イギリスのSMP（School Mathematics Project）が発表され、算数・数学教育の現代化カリキュラム案が提案されている。フランス、ドイツ、デンマークでも同様の動きが始まったのである。（日本数学教育学会（1966）pp.141-312）

アメリカでは、NCTM（National Council of Teachers of Mathematics ）（1957）が、第23年報において現代数学の概略を提示し、次のNCTM（1959）の第24年報において現代数学の教材化の例を提示した。これがアメリカにおける算数・数学教育現代化の方向付けになったのである。本稿に関連して特に注目すべきは、第24年報においてKenneth E. Brownらが数学教育現代化のための32項目の数学的な考え方（Basic Mathematical Ideas）を提示していることである。すなわち、第24年報は現代化のための教材案を提示するのみならず、育成すべき数学的な考え方をも提示したのである。（Kenneth E. Brown et al.（1959）、pp.480-498.）

そして、アメリカにおける最大の規模で展開された算数・数学教育現代化プランは、1958年に組織されたSMSG（School Mathematics Study Group）である。SMSGは、NCTMの委員が中心になって数学者、教育学者によって設置された10の小委員会を持つ大規模な組織である。SMSGにおいては小学校、中学校、高等学校の各学年の実験教科書が作成され、わが国へも大きな影響を与えた。その証左の一つは、昭和39年度の文部省発行の教育白書『わが国の教育水準』における下記の記述である。

「なかでも,最も大きな団体であるSMSG（中略）……わが国でもこれらの新しい考え方や傾向に強い関心が示されているが、具体的に小学校・中学校、高等学校にどのように取り入れるか、さらに従来からの内容についてもどのように新しい観点から再検討するかなどについては今後の研究にまつべきところが大きい。」（文部省（1964）、p.56）

また、1971年に東京で行われた「数学教育に関する日米セミナー」(日本数学教育学会(1971)、pp.17-35）に、SMSGの委員長であるEdward G. Begleが招待されていることも、わが国の数学教育界がSMSGに注目していたことの証左である。

ところで、このようにして算数・数学教育に導入された現代数学の考え方とは何かについて、上野健爾（1997）による20世紀の数学に関する説明を抜粋すると次のようになる。

「一九世紀の後半から数学がある意味で内部へ向かって進展してきて現在の数学になった。（中略）代数においても数学自身が持っている内部的なものに対する反省から二〇世紀の数学が始まってきた。（中略）それまでは物と物の直接的な関係を眺めていたのに対し、今度は様々な関係を眺めてその関係の中でどういう関係があるのかを見る、あるいは更にもう一段上の方を見てみる、という意味での抽象的なものが研究対象になった。」（上野ら（1997）、pp.31-32）

このように算数・数学教育の現代化で強調された現代数学の考え方とは、観察対象から視点を上げて、集合の構造を探求する方法である。実際に現代化学習指導要領で中学校に導入され

た教材「剰余系」について、拙稿（2018）に従って述べると次のようになる。整数全体の集合をある数で割った余りで分類する。例えば、カレンダーを縦に見てゆくと７で割った余りが等しい数が並んでいる。これを法７による類別という。７つの類別は数の集合である。余りを各類別の代表元と見て、集合である類別と同一視する。すべての類別をさらに一つの集合と見て、これを剰余系という。すなわち、集合 $\{\overline{0},\overline{1},\overline{2},\overline{3},\overline{4},\overline{5},\overline{6}\}$ が剰余系であり、この集合の各要素も集合である。例えば $\overline{0}=\{\cdots\cdots, 0, \pm 7, \pm 14, \cdots\cdots\}$、$\overline{1}=\{\cdots\cdots, \pm 1, \pm 8, \pm 15, \cdots\cdots\}$、……等である。

ここで、剰余系 $\{\overline{0},\overline{1},\overline{2},\overline{3},\overline{4},\overline{5},\overline{6}\}$ の各要素間に演算を定義して、演算法則を確認すると、加法、乗法に関して閉じており、交換、結合、分配法則が成立する。そして、演算表を作成して、単位元、逆元の存在を吟味する。結局、法が素数ならば既知の集合である整数全体の集合と同一構造であることがわかる。それならば抽象化された代数構造を研究しておけば、構造が同一な集合すべてに適用できる法則が発見できるはずである。このように視点を上げてゆく方法が現代数学の考え方である。数学的な考え方の統合的な考え方の一つが、このような方法なのである。（拙稿（2018）、pp.531-534）

算数・数学教育現代化期に強調された数学的な考え方は、現代数学的な考え方であり、次のようなとらえ方がされたのである。いずれも、算数・数学教育現代化の思想を受けて考えられたものである。すなわち、集合の考え方、統合的な考え方、発展的な考え方、記号化の考え方、構造化の考え方、拡張する考え方、抽象する考え方、一般化する考え方、形式化する考え方、演繹する考え方などである。

さて、石田忠男（1982）は算数・数学教育現代化の総括のシンポジウムにおいて、わが国の算数・数学科現代化学習指導要領で小学校・中学校・高等学校の共通の目標に掲げられた「数学的な考え方」の育成が最も重要な改革の方向性を示していたことを指摘している。

「数学的な考え方を発見的指導法で育成していくことを算数教育の根幹とすべきであると考えているものである」（石田忠男（1982）、p.18）

また、石田（1982）は、小学校指導書・算数編の記載を基にして次のように述べている。「（指導書には）『数学教育の現代化の基本的なねらいは、複雑化した数学の内容を単純化し明確化するために、集合の概念を基盤にし、合理的な考えや構造の考えを取り入れて見通しのよいものにするという現代数学教育の特徴を教育の中にも生かそうとするところにある』と記されている。このような改訂の中心的なねらいや現代化の受けとめ方は、中学校や高校の学習指導要領改訂に際しても基本的には受けつがれている。小、中、高の現代化指導要領の目標が共通して『数学的な考え方』の育成を掲げているのは、その端的な表れでもある。」（石田忠男（1982）、p.9）

このように、数学的な考え方は算数・数学教育現代化の潮流とともに、研究され実践されるようになったのである。

２．数学的な考え方のとらえ方

数学的な考え方は、わが国の学習指導要領で、表１のように、算数・数学科の目標に掲げられてきた。しかし、数学的な考え方という表現をどのようにとらえるのかということは、数学者、数学教育学者、教育現場の教師にとってそれぞれに異なる可能性がある。学習指導要領、学習指導要領解説に示されているが、全分野を網羅して指導例が提示されているわけではない。

表１　学習指導要領の目標における「数学的な考え方」の表記の変遷

学校種別	告示年	「目標」の中にある数学的な考え方の記述
高等学校	昭和 31 年	「数学的な物の見方、考え方」、「中心概念」
小学校	昭和 33 年	「より進んだ数学的な考え方や処理のしかた」
中学校	昭和 33 年	「より進んだ数学的な考え方や処理のしかた」
高等学校※	昭和 33 年	「より進んだ数学的な考え方や処理のしかた」
小学校	昭和 42 年	「より進んだ数学的な考え方や処理のしかた」
中学校	昭和 43 年	「より進んだ数学的な考え方や処理のしかた」
高等学校	昭和 45 年	「より進んだ数学的な考え方や処理のしかた」
小学校	昭和 52 年	「筋道を立てて考え、処理する能力と態度」
中学校	昭和 52 年	「数学的な表現や処理の仕方」
高等学校	昭和 53 年	「体系的に組み立ててゆく数学の考え方」
小学校	平成 10 年	「見通しをもち筋道を立てて考える」
中学校	平成 10 年	「数学的な見方や考え方のよさ」
高等学校	平成 11 年	「数学的な見方や考え方のよさ」
小学校	平成 29 年	「数学的な見方・考え方」
中学校	平成 29 年	「数学的な見方・考え方」
高等学校	平成 30 年	「数学的な見方・考え方」

※昭和 33 年高等学校は再改訂

本節では数学的な考え方とは何かについての先行研究を再検討する。

数学的な考え方の初出は、昭和31年告示の高等学校学習指導要領の数学科の目標の末尾に掲げられた以下の記述である。「数学的な物の見方，考え方の意義を知るとともに，これらに基づいてものごとを的確に処理する能力と態度とを身につける。」そして、各科目で「中心概念」という用語が掲げられ、「数学的な物の見方，考え方」が何を指すのかが具体的に示された。これが実際の数学的な考え方の導入であった。この学習指導要領で数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲで示された中心概念の概略をまとめると、下記のようになる。実際の学習指導要領ではさらに詳細に説明されている。

①　記号化……記号による概念の表現、数量関係の文字による表現、式の形への着目。
②　拡張……概念・法則の拡張
③　演繹的推論……公理・定義・定理・命題・証明によって、知識を体系付ける
④　対応・依存関係……関数的関係、統計的関係、図形的な対応・依存関係、命題の論理的依存関係、同値関係、必要条件、十分条件
⑤　不変性……式変形やフラフにおける不変性を見出す
⑥　解析的方法と図形的方法の関連……関数のグラフ
⑦　関数の大域的性質と局所的な性質
⑧　統計的な事象を量的にとらえる
⑨　極限によって量をとらえる

しかし、片桐(1988)によれば、教育現場では注目されなかった。その根拠は次の通りである。「例えば、日本数学教育学会の機関誌『数学教育』『算数教育』にも、その年会の研究発表にも、これらを対象とした論文や発表のテーマが見られない。」(片桐重男（1988)、p.63)

学習指導要領が改定され、新規な用語・教材・指導法が提示されると、これらの雑誌や研究

大会要項には、その新規な内容を研究対象とした論文・発表が掲載されるのが通例である。だが、「中心概念」も「数学的な物の見方・考え方」も皆無であったのである。その第一の原因としては、これらは直接の教材ではなく、こういうことを意識して指導するという、指導上の留意点とみなされ、特に注目を集めなかったことが考えられる。第二には、対象が高等学校であったため、教材内容に重点が置かれ、指導方法は軽視されたことがあると思われる。第三には、この学習指導要領は、２年後に再改訂されたため吟味される期間が短かったためであると思われる。再改訂された学習指導要領においては、中心概念の記述は見られない。そして、中心概念もしくは数学的な考え方の詳細な説明も見られない。このような経緯によって、昭和31年告示の高等学校数学科学習指導要領こそが、数学的な考え方とは何かを知る上での重要な資料となるのである。そして、この昭和31年の学習指導要領は数学教育現代化の新教材は含まれない。２年後の昭和33年再改訂において高等学校に導入されたベクトルのみが唯一の新しい教材であり、この段階でも現代化学習指導要領とは言えない。すなわち、昭和31年度の学習指導要領で示された、「数学的な物の見方・考え方」とそれを具体化した「中心概念」は、算数・数学教育現代化思想の影響を受けていない一般的、普遍的な数学的な考え方をとらえていると考えられる。例外として「拡張の考え」は後に算数・数学教育現代化期にさらに強調された数

表２　数学的な考え方に関する著作（片桐（1988a）を基にして追記）

著者（編集代表者）	略	教	種	刊行	題名（書名『』、論文題「」、後略…）
秋月康夫	A	1	M	1966	「数学的考え方とその指導」『教育研究』
川口廷他	N	2	M	1968	『数学的な考え方と新しい算数』
伊藤一郎他	S	3	M	1978	『新・算数指導講座・全 10 巻』
NCTM※	I	2	M	1959	『The Growth of Mathematical Ideas』
大野清四郎他	Ap	2	M	1972	『算数数学への新しいアプローチ』
水戸市立石川小学校	Is	3	M	1973	『算数科筋道を立てた考え方の指導』
香川県算数教育研究会	K	3	M	1973	『数学的な考え方を身につける算数…』
渋谷区立常磐松小学校	To	3	M	1975	『算数科内容の統合と教材の精選』
白河市立白河第一小学校	Si	3	M	1975	『算数科教材精選と統合的発展的な…』
美祢市立大嶺小学校	O	3	M	1975	『算数科統合的発展的な考え方の指導』
東予市立壬生川小学校	Ny	3	M	1977	『自ら学ぶ力を育てる算数指導』
G. Polya	P	1	P	7975	『How to Solve It』
S. Brown & W. Marion	B	2	P	1970	「What if not?」
L. R. Chapman	Ch	2	P	1972	『The Process of Learning Math…』
G.L. Musser & J. M. S.	M	2	P	1980	「Problem-solving Strategies in …」
W.A. Wickelgren	W	2	P	1980	「How to Solve Problems, …」
J.F.LeBanc	L	2	P	1977	「You can teach problem solving」
A. H. Schoenfeld	Sc	2	P	1980	「Heuristics in the Classroom」
S. Krulik & J. A. R.	Kr	2	P	1982	「Teaching Problem Solving to ……」
R. Charles & F. Lester	C	2	P	1982	『Teaching Problem Solving What,…』
原　弘道	H	2	M	1966	「数学的考え方とは何か」
菊池兵一	Ki	2	M	1969	『数学的な考え方を伸ばす指導』
川口　廷	Kw	2	M	1966	「数学的に考えるということ」
東京都立教育研究所	T	3	M	1969	「数学的な考え方に関する研究」

※NCTM：National Council of Teachers of Mathematics

学的な考え方も含まれている。

ところが、昭和40年に入ってから、算数・数学教育界において数学的な考え方への関心が高まり、数学的な考え方を主題とする研究発表・論文・書籍が数多く出始めた。この動きは、算数・数学教育現代化の影響であると思われる。実際に、片桐のデータを以下のように再検討することによって、現代化の影響を見出すことができる。表２は、片桐（1988a）が挙げた数学的な考え方に関する文献である。昭和42年（1967）、昭和43（1968）年告示の学習指導要領が現代化学習指導要領である。わが国では、現代化学習指導要領の告示後に、急激に数学的な考え方の研究が進んだことがわかる。これらの研究において、数学的な考え方のとらえ方が、著者、研究組織によって異なっている。表２の「略」欄の記号は片桐が使用したものをそのまま転用した。「教」の欄は本稿で設定したもので、数学者が１、数学教育学者が２、教育現場の教師によるもの、または、著者の大半が教育現場の教師である場合は、３としてある。「種」の欄も本稿で設定した種別で、数学的な考え方を主題にしたものがM、問題解決学習を主題にしたものがＰである。

表３は、これらの著書、論文の中で数学的な考え方をどのようにとらえているかを示している。特に、本稿では教育方法に関するもののみを選んで表にまとめてある。これ以外に、内容に関するもの、たとえば「集合の考え」、「関数の考え」等は表３には含まれない。また、態度に関するもの、たとえば「目的を明確に把握」しようとする態度」、「内容を簡潔に表現しようとする態度」なども表３には含まれない。表３の「現」の欄は、本稿で設定した。算数・数学教育現代化期に強く強調された項目が３、やや強調された項目が２、通常の普遍的な項目が１

表３　数学的な考え方のとらえ方（片桐（1988a）を基にして要約・追記）

分類	現	内容の概略
抽象化	3	いくつかの現象を、すべてに適用できるようにする考え方
具体化	1	抽象化した性質具体的な場面に適用する考え方
理想化	2	条件を抽象して理想的な条件を設定しようとする考え方
条件明確化	2	条件を抽出して、あいまいな条件を明確にする考え方
単純化	2	条件を簡単な基本的なものに置き直して考えようとする考え方
一般化	3	これを含む他の範囲全体で成り立つかどうかを追究していく考え方
特殊化	1	より小さな範囲、またはその中の一つの事象について考える考え方
記号化	3	内容を記号で表し、操作手順に従って形式的に処理する考え方
数量化	1	対象を数量的にとらえ、処理する考え方
図形化	1	対象を図形に表して考える考え方
演繹的	3	公理や前提条件から論理的規則に従って必然的結論を導き出す考え方
帰納的	1	個々のものから一般的性質を予測し、問題を解決しようという考え方
類推的	1	ある性質が、類似のものについても同様に成立すると推論する考え方
統合的	3	高い視点から本質的な共通性を抽象し、同一構造を見出す考え方
拡張的	3	性質を保持して適用範囲を拡大してゆく考え方
発展的	3	条件を変更・緩和して、新しい問題を生み出し解決してゆく考え方
構造化	3	１つ上の視点から、対象の仕組みを見出そうとする考え方
形式化	3	□や文字を使って、常に成り立つ規則性を見出そうとする考え方
数理化	2	現象を数値化、関数化してとらえようとする考え方

である。算数・数学教育現代化期に強く強調されたのは、現代数学の考え方を教育に取り入れることである。現代数学の考え方とは、集合の要素間に演算法則を導入して数学的構造をとらえる方法である。また、表３の「内容」欄は、片桐（1988a）の記述を要約し、記述のないものは原典に示された教材例から意図を推測して記述したものである。片桐（1988a）は、数学的な考え方の著者別の「とらえ方」を列記している。しかし、算数・数学教育現代化との関連の観点からは、明確な傾向を読み取れない。そこで、本稿では片桐の示したデータを統計的に分類し、算数・数学教育現代化との関連を探ることにした。それによって、算数・数学教育現代化の動きが退潮するのに伴って、数学的な考え方への着目もされなくなった原因をさぐることができると思われる。

３．片桐重男のデータを再分析した結果と考察

図１のクラスター分析結果のデンドログラムを見ると、大きく二分されたクラスターの上半分の８項目中６項目が現代化３となっている。算数・数学教育現代化期に強調された項目がそれぞれに距離が近い。したがって、数学的な考え方に関する著者たちは、算数・数学教育現代

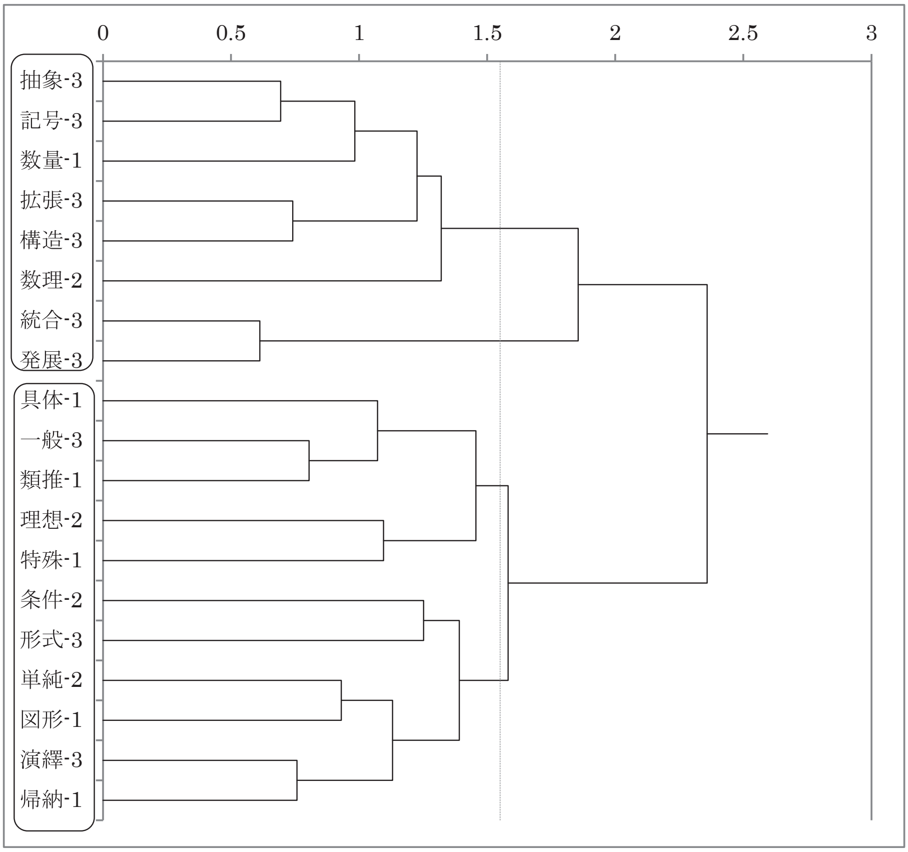

図１　数学的な考え方の方法のクラスター分析のデンドログラム
（Ward法、距離$\sqrt{2-2\times\text{相関係数}}$）

化を指向する傾向が強い場合は、それぞれに同様な項目を数学的な考え方であるととらえていることがわかる。

図２の著者に関するクラスター分析結果のデンドログラムは、最下部に現場の教師のクラスターが存在する。数学的な考え方とは何かのとらえ方が現場での実践においては、互いに似た傾向にあることを示している。片桐（1988a）の「先行研究のまとめ」を見ると、これらの現場における実践は集合の考え、関数の考え等の内容に関わる数学的な考え方、学習への態度を重視している。算数・数学教育現代化期においては、新規に導入された現代化教材に関して、いかに授業を行うかが当面の課題であったものと思われる。一方上部の２つのクラスターは、数学的な考え方を主題にした研究か、問題解決学習の中での数学的な考え方を主題にした研究かによって分割されている。数学的な考え方を算数・数学教育現代化の立場でとらえている著者と、問題解決学習のStrategyとしてとらえている著者で、数学的な考え方に対するとらえ方が異なる傾向があることがわかった。

数学的な考え方は、昭和31年告示の高等学校学習指導要領で示されたように、現代化のため

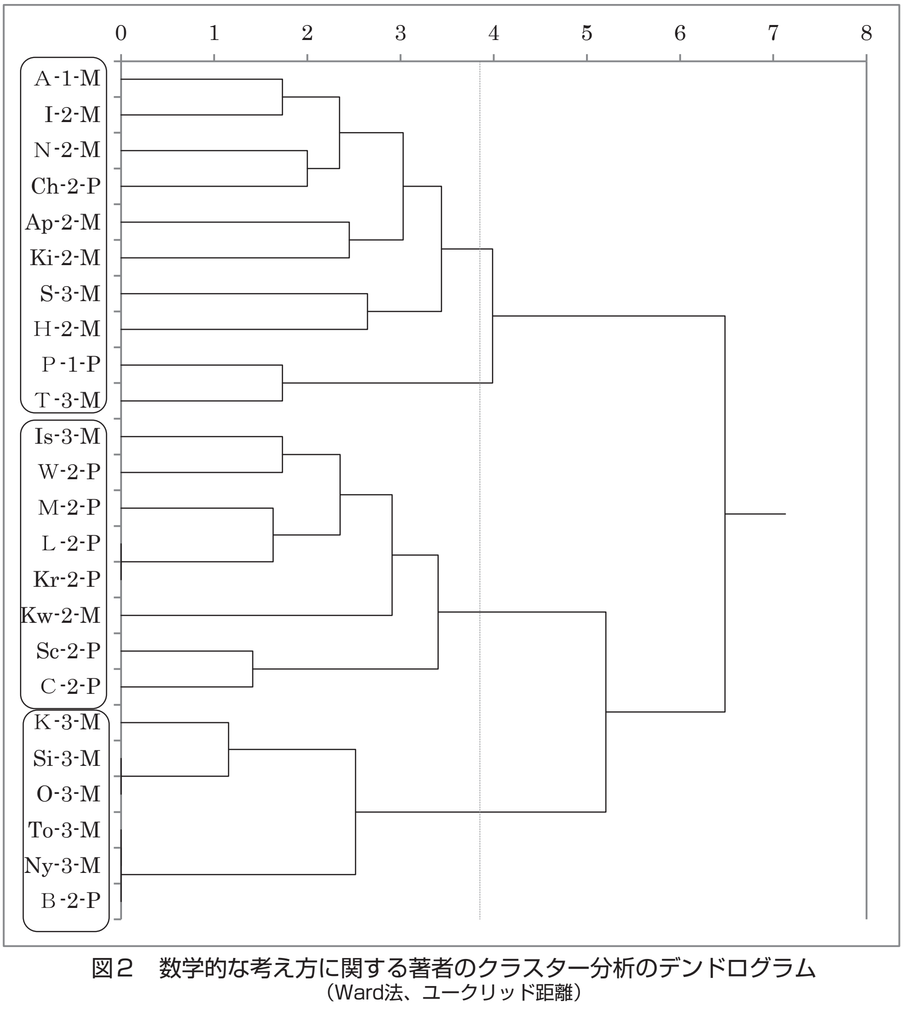

図２　数学的な考え方に関する著者のクラスター分析のデンドログラム
（Ward法、ユークリッド距離）

のみではなく、数学の学習、数学の授業の方法において、普遍的な考え方を提示したものである。世界的な算数・数学教育現代化の潮流から影響を受けて、現代化学習指導要領が作成され、数学的な考え方も研究されるようになった。その原因は集合の考え、関数の考えなどの現代化の新規教材にある。数学者と数学教育学者は、これらの現代数学の考え方を、数学的な考え方として教育現場への浸透を推進したことが上で提示したデータからわかる。その後、算数・数学教育現代化の潮流は後退し、表1の昭和51、52年告示の学習指導要領において、数学的な考え方という用語が欠落しているのである。

すなわち、本来は一般的、普遍的なものである数学的な考え方は、算数・数学教育現代化期に集合の考え、構造の考え、統合の考え等の現代化による新規教材を導入する過程で研究され実践されたのである。その後、わが国でも算数・数学教現代化の問題点が指摘され始め、日本数学教育学会の徳島大会において、算数・数学教育現代化の方向修正が確認され、数学的な考え方も注目されなくなったのである。例えば小学校で集合の考え方を使って図形の包摂関係を学習する場合、正方形も長方形の集合に含まれることになる。

特に低学年では、長方形と正方形は異なる図形であると把握しているであろう。したがって、集合の考えは、図形の包摂関係の学習においては、有効ではないことがわかってきたのである。前節で例に挙げた中学校における剰余系の構造も、指導の困難点がいくつか報告されている。したがって、算数・数学教育現代化期に強調された数学的な考え方のとらえ方は、問題点が出てきたのである。その結果として、昭和51、52年告示の学習指導要領において、数学的な考え方という用語が欠落したと考えられる。

そして、表1に示したように、平成10年告示の中学校学習指導要領では、目標に数学的な考え方が復活している。現代数学の考え方ではない、一般的、普遍的な数学的な考え方が算数・数学教育において目標とされるべきであることが理解されてきたと思われる。

終わりに

数学的な考え方という概念はとらえにくい。しかし、学習指導要領も目標に掲げられている以上、数学的な考え方とは何かを研究する必要がある。本稿で示したように、実際に数学を創っている数学者、数学と教育の関係を研究する数学教育学者、そして、実際に授業実践を行う現場の教師、それぞれによって受け止め方に差がある。

算数・数学教育現代化を背景とした数学的な考え方と、現代化期における問題解決学習における数学的な考え方とでは、数学的な考え方に対するとらえ方が異なることもわかった。また、算数・数学教育現代数学期においては、数学的な考え方が現代化思想の一環としての概念であるととらえられたため、現代数学的な考え方が特に強調された。現代数学は集合論の基盤の上に成立していることから、特に集合の考えを算数・数学教育に導入されたのである。実際、川口廷（1970）は数学的な考え方の中に集合を取り入れる意義を３項目指摘している。第一に集合の持つ包括性、第二に集合の考えを使った統合と拡張、そして第三に集合による論理の明確性である。これらは、数学的な考え方として児童・生徒に指導する価値があることを主張している。（川口廷（1970）、pp.42-45）

また、秋月康夫（1969a）も、数学の方法と考え方の根底として、集合と写像が存在することを指摘している。（秋月康夫（1969a）、pp.16-17.）

本稿第２節で指摘したように、1956年（昭和31年）告示の高等学校学習指導要領の数学科の目標に提示された「中心概念」が数学的な考え方の初出である。したがって、集合の考えを筆頭とする現代数学の考え方は、算数・数学教育現代化の思潮の影響で添加されたものである。よって、算数・数学教育史としての観点からは、数学的な考え方が現代化の思想の影響下であったからこそ学習指導要領に提示されたとは必ずしも言えない。算数・数学教育現代化の思想とは独立した一般的、普遍的な概念としてとらえる必要があることがわかったことになる。

本稿では授業の方法に関する、数学的な考え方のとらえ方に絞って分析した。片桐（1988a、1988b）では、内容に関するもの、学習態度に関するものも研究されている。これらについても、適切な手法で再分析する必要があると考えられる。

引用・参考文献

拙論（2017）「「昭和40年代の小学校算数科における現代化教材に対する再評価の観点」、『名古屋女子大学紀要』、第63号

拙論（2018）「算数教育現代化期における伊藤武の「発見学習」への再検討」、『名古屋女子大学紀要』、第64号

片桐重男（1988a）『数学的な考え方の具体化』（数学的な考え方・態度とその指導1）、明治図書

佐藤三郎（1986）『ブルーナー「教育の過程」を読み直す』、明治図書

広岡亮蔵（1977）『ブルーナー研究』、明治図書

Bruner（1963）、鈴木祥蔵・佐藤三郎（訳）『教育の過程』、岩波書店

日本数学教育学会（1966）（編）『数学教育の現代化』、培風館

National Council of Teachers of Mathematics（1957）（Eds.）, *Insight into Modern Mathematics*, Twenty-Third Yearbook, NCTM

National Council of Teachers of Mathematics（1959）（Eds.）, *The Growth of Mathematical Ideas Grade K-12*, Twenty-Fourth Yearbook, NCTM

Kenneth E. Brown et al.(1959), “Promoting the Continuous Growth of Mathematical Concepts”, in NCTM(1959)

文部省（1964）『わが国の教育水準―昭和39年度―』昭和39年、帝国地方行政学会、p.56

日本数学教育学会（1971）編「数学教育に関する日米セミナー報告」、『日本数学教育学会誌』、No.53（臨時増刊）、日本数学教育学会

上野健爾・俣野博・松本幸夫（1997）「二〇世紀の数学」、『現代思想』、Vol.25-9、青土社

拙稿（2018）「算数・数学教育現代化期における『構造主義教材』の非受容」、『第51回秋期研究大会発表集録』、日本数学教育学会

石田忠男（1982）「誌上シンポジウム提案 算数・数学教育の現代化はなぜ失敗したか」、『現代教育科学』、明治図書、Vol.25（4）

片桐重男（1988b）『問題解決学習と発問分析』数学的な考え方・態度とその指導２）、明治図書

川口廷（1970）「数学的な考えの構造と意義」、日本数学教育学会（1970）（編）『数学的な考え方とその指導・小学校編』、明治図書

秋月康夫（1969a）「抽象化と集合」、日本数学教育学会（1969）（編）『数学的な考え方とその指導・高等学校編』、明治図書

中島健三（1981）『算数・数学教育と数学的な考え方－その進展のための考察』（第２版）、金子書房

秋月康夫（1969b）『数学的な考え』、明治図書

菊池兵一（1969）『数学的な考え方を伸ばす指導』、北辰図書

原弘道（1968）（編著）『数学的な考え方を伸ばす実践指導－新教育課程の実践をめざして』、明治図書

日本数学教育学会（1971）（編）『数学的な考え方とその指導・中学校編』、明治図書